

# Cálculo mental e calculadora <sup>1</sup>

Inês Soares de Albergaria  
*EB 2,3 Francisco Arruda, Lisboa*

João Pedro da Ponte  
*Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa*

**Resumo:** Em Portugal, como noutros países, os programas escolares recomendam a integração da calculadora no ensino da Matemática. A investigação tem apontado diversas vantagens deste instrumento para a aprendizagem matemática dos alunos. No entanto, muitos professores continuam a temer os efeitos do uso da calculadora no desenvolvimento da capacidade de cálculo escrito dos alunos. Assim, torna-se relevante conhecer as estratégias de cálculo que os alunos utilizam na presença da calculadora e identificar eventuais dificuldades. Este estudo foi conduzido com três alunos do 6.º ano de escolaridade, com desempenho académico regular e equivalente de uma escola de Lisboa, mas com diferentes hábitos de uso da calculadora. Foi-lhes proposto um conjunto de tarefas para resolver, incentivando-os a recorrerem a estratégias pessoais usando o método de cálculo que entendessem. As tarefas propostas incluem situações problemáticas em contextos da vida real, bem como questões puramente matemáticas. Os alunos foram incentivados a exprimir oralmente os seus raciocínios, de forma a perceber-se as suas estratégias de cálculo. Foi feito um registo áudio destas entrevistas, posteriormente transcritas. A análise dos dados revelou as estratégias dominantes de resolução dos problemas para cada aluno bem como vários aspectos do seu sentido do número. Verificou-se que os alunos que privilegiaram o uso da calculadora na resolução das tarefas revelaram um sentido crítico apurado em relação aos resultados obtidos, operações utilizadas e adequação ao contexto, ao contrário do aluno que usou sobretudo os algoritmos de papel e lápis.

## Introdução

Todos os dias somos confrontados com um enorme volume de informação numérica nas mais variadas representações – diagramas, gráficos, tabelas com números inteiros, numerais decimais, fracções, percentagens, etc.. O desenvolvimento do sentido do número e de estratégias eficazes de cálculo mental são essenciais à interpretação destes dados e à tomada de decisões críticas e fundamentadas. Para isso, é importante que os alunos desenvolvam a capacidade de realizar cálculos exactos e aproximados, recorrendo aos algoritmos escritos, à calculadora e ao cálculo mental.

Até há muito pouco tempo, os algoritmos escritos, eram o único processo de cálculo que se encontrava à disposição de todos. Consequentemente, para formar alunos competentes capazes de resolver problemas numéricos, a escola centrava o seu trabalho no ensino de algoritmos. Contudo, a generalização do uso dos instrumentos tecnológicos obriga repensar esta situação. Serão os algoritmos de papel e lápis os processos de cálculo mais eficazes e adequados para as situações com que os alunos se confrontam?

Esta investigação tem como objectivo aprofundar o conhecimento acerca da escolha do processo de cálculo na resolução de tarefas diversas por alunos do 6.º ano de escolaridade e da sua relação com o desenvolvimento do sentido do número. De forma mais específica, procuramos responder às seguintes questões: (i) De que modo o desen-

---

<sup>1</sup> Albergaria, I. S., & Ponte, J. P. (2008). Cálculo mental e calculadora. In A. P. Canavarro, D. Moreira & M. I. Rocha (Eds.), *Tecnologias e educação matemática* (pp. 98-109). Lisboa: SEM-SPCE.

volvimento do sentido do número se relaciona com os diferentes processos de cálculo usados pelos alunos? (ii) Quais as razões que levam os alunos a optar por um dado processo de cálculo (mental, algoritmo escrito, calculadora), na resolução de uma tarefa?

### **Sentido do número**

Até ao início do século XX, o ensino da Matemática centrou-se na Aritmética. Assim, na escola primária ensinavam-se fundamentalmente os algoritmos de cálculo escrito das quatro operações fundamentais. Progressivamente, foi-se alargando o campo da Matemática escolar, passando a incluir as medidas, a Geometria e a análise de dados. Porém, o pilar central do ensino da Matemática continuou a ser a Aritmética. O aparecimento da Matemática Moderna fez surgir a Lógica e a Teoria de Conjuntos e a dar mais atenção às propriedades das operações. Foi também nesta altura que se começou a ponderar o uso de instrumentos de cálculo e de análise de dados como a régua de cálculo e o computador, colocando em questão o papel dos algoritmos escritos tradicionais.

Desde há muito que os educadores matemáticos reconhecem a importância da atribuição de significado à Matemática. Numa primeira aproximação, o sentido do número pode ser considerado como a atribuição de sentido aos números, capacidade que se prende com a atribuição de um significado real aos símbolos matemáticos (Fosnot & Dolk, 2001). No entanto, esta caracterização mostra-se bastante vaga e, sobretudo, insuficiente para responder às exigências que a sociedade coloca actualmente aos cidadãos.

Crowther (1959) descreve numeracia como a capacidade de lidar com as exigências matemáticas na comunidade onde estamos integrados, perspectiva que exige à investigação em Educação Matemática uma análise do que é fundamental em cada momento. Se analisarmos o conhecimento matemático que é exigido hoje em dia ao comum dos indivíduos, rapidamente chegamos à conclusão que o sentido do número necessário a uma plena integração na sociedade não se limita à capacidade de fazer cálculos escritos. Saber fazer estimativas, avaliar a correcção da conta do restaurante, determinar a promoção mais conveniente no supermercado são, com certeza, de grande utilidade para todos nós.

McIntosh et al. (1992) procuram definir sentido do número de forma adequada aos nossos dias:

O sentido do número surge como a compreensão geral dos números e das operações, em paralelo com a capacidade e inclinação para utilizar este conhecimento de forma flexível de forma a fazer julgamentos matemáticos e a desenvolver estratégias eficazes para lidar com os números e as operações (p. 3).

Segundo estes autores, a forma como o sentido do número se expressa varia segundo diferentes dimensões da actividade matemática. A escolha de um processo de cálculo adequado a cada situação, seja escrito, mental ou recorrendo à calculadora, reflecte o maior ou menor grau de desenvolvimento do sentido do número. Também a correcta interpretação e utilização dos resultados obtidos através de um dado processo de cálculo constitui um importante aspecto do sentido do número. Procurou-se assim

construir um modelo que permitisse definir e delimitar de forma clara as diferentes vertentes de sentido do número (Tabela 1).

Tabela 1 - Dimensões do sentido do número (McIntosh et al., 1992)

<p><b>Sentido do número</b></p> <p>A inclinação e capacidade para usar os números e os métodos quantitativos como meio para a comunicação, processamento e interpretação de dados. Resulta na conclusão de que os números são úteis e de que a matemática tem uma determinada regularidade (faz sentido).</p>	<p>Conhecimento de e facilidade com os números</p>	<p>Sentido da ordenação dos números</p>	Valor posicional
			Relações entre números representados de diferentes formas
			Ordenar números representados de forma igual ou diferente
		<p>Múltiplas representações de um número</p>	Gráfica e simbólica
			Representações equivalentes
			Comparação com valores de referência
			Comparação com um referencial físico
	<p>Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números</p>	Comparação com um referencial matemático	
		Sistema de valores de referência ( <i>benchmarks</i> )	
	<p>Conhecimento e facilidade com as operações</p>	<p>Compreender o efeito das operações</p>	Operar com números inteiros
			Operar com números racionais (na representação fraccionária e decimal)
		<p>Compreender as propriedades matemáticas</p>	Comutatividade
			Associatividade
			Distributividade
			Identities fundamentais
		<p>Compreender a relação entre as operações</p>	Inversos
			Adição/multiplicação
			Subtração/divisão
			Adição/subtração
	<p>Aplicar o conhecimento e facilidade com os números e as operações aos contextos de cálculo</p>	<p>Compreensão das relações entre o contexto e os cálculos adequados</p>	Multiplicação/divisão
			Reconhecer dados como exactos ou aproximados
		<p>Consciência da existência de múltiplas estratégias de resolução</p>	Consciência de que as soluções podem ser exactas ou aproximadas
			Capacidade para criar e/ou inventar estratégias
<p>Predisposição para utilizar uma representação e/ou método eficaz</p>		Capacidade de aplicar estratégias diferentes	
		Capacidade para escolher uma estratégia eficaz	
<p>Inclinação para rever os dados e o resultado com sensibilidade numérica</p>	Facilidade com vários métodos de cálculo (mental, calculadora, escrito)		
	Facilidade em escolher números “eficazes”		
	Reconhecer a razoabilidade dos dados		
	Reconhecer a razoabilidade dos cálculos		

### Instrumentos de cálculo

Ao longo da história podemos identificar diversos instrumentos de cálculo que foram sendo utilizados, de acordo com a sua finalidade. Durante a alta idade média, quando os cálculos se realizavam de forma morosa e difícil, era valorizada a capacidade de calcular mentalmente. Nesta época, o ábaco era o instrumento de cálculo privilegiado na Europa. Foi apenas no séc. XII que, com a generalização do sistema de numeração

decimal, este começou a ser substituído progressivamente pelos algoritmos escritos de transporte. Esta mudança não decorreu sem conflitos e acesa discussão entre os matemáticos. A simplicidade do método era vista como um “facilitismo” prejudicial ao desenvolvimento das capacidades intelectuais e permitia uma democratização do saber tida como negativa pela comunidade científica da época (Guejd, 1996, citado por Fosnot & Dolk, 2001).

Os algoritmos de transporte que utilizamos actualmente são uma invenção do matemático Muhamad ibn Musa al-Khwarizmi do início do séc. IX. Estes algoritmos revolucionaram a forma como se calcula no mundo inteiro. A democratização do “saber calcular” contribuiu para a extensa aceitação deste método. Contudo, a grande revolução que os algoritmos trouxeram ao cálculo prende-se com o registo escrito do processo de cálculo, em oposição à utilização do ábaco que não permite o registo do processo na sua totalidade (Fosnot & Dolk, 2001).

Os algoritmos mantiveram o estatuto de método de cálculo mais eficiente até à actualidade, devido às grandes vantagens que apresentam. Como indicam Brocardo, Serrazina e Kraemer (2003), essas vantagens são essencialmente duas: a generalidade – o algoritmo pode ser usado com quaisquer números; e a eficácia – um algoritmo conduz sempre a uma resposta certa, ou seja, desde que se usem bem as regras, temos a certeza de chegar a um resultado correcto.

Contudo, o recurso a algoritmos escritos pode apresentar desvantagens. A desistência de estratégias pessoais de cálculo é uma delas. O recurso a estratégias pessoais, utilizando referenciais próprios bem estruturados, contribui para a progressiva optimização da competência de cálculo do aluno. O sentido do valor posicional do número é também reforçado, pois, como indicam Kamii, Lewis e Livingston (1993), ao recorrer a uma estratégia pessoal, o aluno lida com o número na sua totalidade, “partindo-o” ou aproximando-o de forma a obter números mais “simpáticos”. Estes autores analisaram as estratégias de cálculo de alunos que dividem em três grupos distintos: (i) aprenderam os algoritmos na escola; (ii) aprenderam os algoritmos fora da escola; e (iii) não aprenderam os algoritmos. Os resultados dos alunos do terceiro grupo foram claramente superiores, apresentando menor quantidade de erros. Ao analisar as respostas erradas de todos os alunos, verificou-se que as respostas dos terceiro grupo eram mais próximas do resultado exacto que as dos alunos que utilizavam o algoritmo aprendido na escola.

O aparecimento da calculadora e do computador coloca a utilização dos algoritmos escritos sob uma nova perspectiva. A utilidade destes permanece na realização de cálculos com números de grandeza elevada, com muitos dígitos ou com muitas casas decimais, com os quais é difícil lidar. Contudo, devemos perguntar-nos enquanto educadores matemáticos se o ensino de algoritmos escritos deverá ser o ponto fulcral do ensino-aprendizagem, ou deverá privilegiar-se outra abordagem ao desenvolvimento da capacidade de cálculo, nomeadamente valorizando o sentido de número e o recurso a estratégias de cálculo mental?

A capacidade para calcular mentalmente é essencial a todos, nomeadamente no dia-a-dia. Para além disso, tem por base o uso de estratégias e referenciais pessoais, o que se traduz na utilização dos números com sentido. Como refere Sowder (1989), permite aos alunos relacionar conceitos e aptidões, o que contribui para o desenvolvimento da compreensão como os números e as operações funcionam, estimulando o seu sentido do número. A autora refere ainda um conjunto de características das estratégias de cálculo mental, que vêm reforçar esta ideia: (i) São variáveis, o que permite que cada pessoa escolha a sua estratégia pessoal; (ii) São flexíveis, adaptando-se aos números utili-

zados; (iii) São holísticas, no sentido em que se lida com o número na sua globalidade, e não algarismo a algarismo; (iv) Requerem a compreensão de todo o processo de cálculo, forçando o aluno a focar a sua atenção no problema apresentado; e (v) Permitem a obtenção de resultados mais aproximados, uma vez que frequentemente se trabalha da esquerda para a direita com os números. Contudo, o cálculo mental é uma estratégia pertinente quando se trabalha com números de uma certa ordem de grandeza (Sowder, 1989). Fora desse quadro, é necessário recorrer a outros processos de cálculo, incluindo a calculadora.

Mamede (2001) realizou um estudo com alunos do 1.º ciclo do ensino básico centrado na utilização da calculadora na sala de aula. Este instrumento permite que os alunos realizem cálculos de forma rápida e exacta. Contudo, alunos com um sentido do número pouco desenvolvido pareceram não aproveitar este potencial plenamente, não tendo sensibilidade para avaliar a plausibilidade dos resultados obtidos.

Um dos benefícios apontados pela investigadora ao uso da calculadora é permitir o acesso à resolução de tarefas exploratórias ou de investigação a alunos com dificuldade na utilização de algoritmos escritos. Este instrumento dá a todos os alunos a oportunidade de desenvolver o seu raciocínio matemáticos na identificação de propriedades numéricas, estabelecimento de generalizações e determinação de padrões numéricos. A atenção dos alunos foca-se na tarefa, na situação apresentada e não no procedimento de cálculo. Favorece assim a interpretação dos dados dos problemas e dos resultados obtidos bem como da sua plausibilidade. O desenvolvimento da comunicação parece também ser beneficiado, pois “a existência de dificuldade de cálculo entre alunos pode inibir a discussão de processos de cálculo” (Mamede, 2001, p.120) O uso da calculadora permite trabalhar na sala de aula com números grandes e com muitas casas decimais, levando os alunos a explorar mais profundamente o seu conhecimento dos números.

Fosnot & Dolk (1998) definem o cálculo acompanhado de sentido do número, como a capacidade de *olhar* para os números com sentido crítico e escolher um processo de cálculo adequado aos números em questão, em oposição à aplicação de uma estratégia universal, independente dos números e do contexto. Esta capacidade é desenvolvida à medida que os alunos vão construindo um referencial matemático, suportado por vezes em referenciais físicos e simbólicos (McIntosh e tal., 1992).

Em Portugal, o *Currículo Nacional do Ensino Básico* (ME, 2001) indica que a competência matemática é fundamental a todos os cidadãos e deve ser desenvolvida pelos alunos na escola. Esta competência inclui aptidões, capacidades, predisposições e tendências entre as quais “a aptidão para decidir sobre a razoabilidade de um resultado e de usar, consoante os casos, o cálculo mental, os algoritmos de papel e lápis ou os instrumentos tecnológicos” (idem, p. 57). Segundo este documento, que sugere a utilização de recursos diversificados, incluindo a calculadora elementar, trata-se de “promover o desenvolvimento integrado de conhecimentos, capacidades e atitudes” (idem, p. 58), e não no treino de técnicas de cálculo de forma isolada e descontextualizada.

Pelo seu lado, no *Programa de Matemática do ensino básico* (ME, 2007), o estudo do tema Números e operações tem como base três ideias centrais: “(i) promover a compreensão dos números e operações, (ii) desenvolver o sentido do número e, (iii) desenvolver a fluência no cálculo” (idem, p. 7). Preconiza-se a aprendizagem dos algoritmos com compreensão, sendo valorizado o papel dos instrumentos tecnológicos, nomeadamente a calculadora elementar, evidenciando a sua importância na realização de tarefas de investigação, resolução de problemas e na exploração de regularidades numéricas.

## **Metodologia**

Para conhecer a forma como os alunos usam os diferentes processos de cálculo na resolução de problemas e exercícios, procurámos estudar as suas estratégias, nomeadamente a sua escolha de instrumento de cálculo, em diversas situações. Interessava-nos perceber o que os motiva a optar por um determinado processo de cálculo e de que forma esta escolha se relaciona com a natureza da tarefa.

O estudo integra-se assim no paradigma interpretativo, tendo por pressuposto que toda a interacção humana é mediada pela interpretação (Bogdan & Blikien, 1991). Nenhum objecto, pessoa, situação ou acontecimento tem um significado em si mesmo, este é-lhe atribuído pelos seres humanos. O foco da análise localiza-se no “comportamento físico e ainda nos significados que lhe são atribuídos pelo actor e por aqueles que interagem com ele. O objecto de pesquisa é a acção e não o comportamento” (Erickson, 1986, p. 126). Desta forma, usámos entrevistas clínicas para recolha de dados, uma vez que permite a identificação das concepções dos alunos sobre os diferentes processos de cálculo. Realizaram-se entrevistas a três alunos do 6.º ano de escolaridade, que foram audiogravadas e posteriormente transcritas. Os participantes do estudo são alunos da primeira autora, todos eles com desempenho académico regular e equivalente, a quem foi solicitada a sua colaboração neste trabalho. As entrevistas foram realizadas fora da sala de aula, num período previamente combinado para o efeito.

Foi proposta a cada aluno a realização de um conjunto de tarefas (em anexo), a resolver através de qualquer tipo de estratégia, mas explicando a razão da escolha bem como o raciocínio efectuado. As tarefas abrangiam vários aspectos do tema Números e operações do programa de Matemática do ensino básico e pretendiam salientar diferentes aspectos do sentido do número, nomeadamente as operações com números racionais, as diversas representações dos racionais, a necessidade de analisar os dados e os resultados com sentido crítico. As tarefas dividiam-se em dois grandes grupos: (i) tarefas contextualizadas em situações reais, em que se pretendia perceber de que forma o contexto do problema influenciava a escolha do processo de cálculo pelos alunos, bem como a capacidade de adequar a estratégia ao problema; e (ii) cálculos puramente matemáticos, em que se pretendia perceber se os alunos usavam estratégias semelhantes ou diferentes das usadas anteriormente, bem como se a ausência de contexto “real” influenciava a escolha do processo de cálculo.

### **Estratégias e sentido do número**

#### *João*

João é um aluno de 15 anos, que chegou a Portugal em Dezembro de 2007. Frequentava no Brasil o equivalente ao 7.º ano de escolaridade, mas após uma avaliação realizada na escola, foi integrado numa turma do 6.º ano. Apresenta um rendimento escolar regular e satisfatório em todas as áreas disciplinares, nomeadamente em Mate-

mática. Afirma ter já usado a calculadora elementar na sala de aula para realizar algumas tarefas em anos lectivos anteriores.

Na realização das tarefas deste estudo, João mostrou-se muito reticente em usar a calculadora, privilegiando sobretudo o uso de algoritmos escritos (tabela 2). É um aluno muito proficiente na aplicação deste processo de cálculo, tendo errado os algoritmos apenas uma vez (na tarefa 3), ao não alinhar as ordens dos números (figura 1).

Tabela 2 – Processos de cálculo utilizado em cada tarefa por João

	1a)	1b)	2a)	2b)	3	4	5	6	7	8	9a)	9b)	9c)	9d)	9e)	9f)	9g)	9h)	9 i)	
Papel e lápis																				
Calculadora																				
Cálculo mental																				

Handwritten calculations for task 3. The first shows an addition:  $159,15 + 26,75 = 31,80$ . The second shows a subtraction:  $112,70 - 31,80 = 96,28$ . In both, the numbers are not properly aligned by their decimal points.

Figura 1 – Estratégia de resolução da tarefa 3 do João

O erro deste aluno é muito comum e prende-se com a falta de sentido crítico em relação aos resultados, aos dados e ao contexto do problema. É também um dos problemas da utilização dos algoritmos usuais de transporte, que obrigam a que se foque a atenção nos algarismos e não no número na sua globalidade.

O conceito de número racional como operador parece não ser claro para este aluno, pois limitou-se a aplicar a regra da multiplicação de números inteiros por racionais sem fazer uma representação mais adequada à situação, nomeadamente na tarefa 8 (figura 2).

Handwritten calculation for task 8:  $\frac{1}{4} + \frac{5}{10} + \frac{1}{10} = \frac{10}{40} + \frac{20}{40} + \frac{4}{40} = \frac{34}{40}$ . The student incorrectly converted  $\frac{1}{4}$  to  $\frac{10}{40}$  instead of  $\frac{10}{40}$  (which would be  $\frac{1}{4}$ ), and  $\frac{1}{10}$  to  $\frac{4}{40}$  instead of  $\frac{4}{40}$  (which would be  $\frac{1}{10}$ ).

Figura 2 – Estratégia de resolução da tarefa 8 do João

Assim, e apesar de revelar ser competente na execução dos algoritmos das quatro operações, o aluno demonstrou um sentido do número pouco desenvolvido, nomeadamente no que diz respeito à inclinação para rever o resultado à luz dos dados, atendendo ao valor posicional, à interpretação correcta de diferentes representações dos números e à compreensão do efeito das operações nos números.

Marta

Marta frequenta o 6.º ano pela primeira vez, sem ter tido anteriormente qualquer retenção. Utilizou pela primeira vez a calculadora elementar na sala de aula no ano lectivo anterior, em tarefas de exploração e investigação de propriedades dos números e das operações. No 6.º ano, a calculadora continua a ser utilizada na sala de aula, embora com fraca regularidade (mensalmente). No entanto, a aluna apropriou-se da calculadora com muita segurança, utilizando-a na resolução da maioria dos problemas (tabela 3).

Tabela 3 – Processos de cálculo utilizado em cada tarefa por Marta.

	1a)	1b)	2a)	2b)	3	4	5	6	7	8	9a)	9b)	9c)	9d)	9e)	9f)	9g)	9h)	9i)
PL	■	■	■	■							■	■	■	■	■	■	■	■	■
Calc																			
CM																			

A aluna utilizou a calculadora sempre com uma correcta interpretação dos dados e dos resultados obtidos, aspecto importante do sentido do número. De acordo com McIntosh et al. (1992), uma pessoa com o sentido do número desenvolvido interpreta os resultados à luz do contexto do problema, avaliando a sua razoabilidade. Esta capacidade metacognitiva implica também uma avaliação das possíveis estratégias, o que pode conduzir a optar por resolver a mesma tarefa recorrendo a outro processo de cálculo, revelando assim compreensão de que existe mais do que uma estratégia que conduza a uma resposta correcta. Isso verificou-se com esta aluna nas tarefas 5, 8 e 9g).

Apesar de privilegiar o uso da calculadora, percebe-se que Marta continua a valorizar os algoritmos escritos, utilizando-os com alguma frequência nestas tarefas. A aluna justifica esta escolha com a sua utilidade para a rápida resolução de problemas. Contudo, reconhece que o uso da calculadora a pode conduzir à solução de um problema ainda mais rapidamente.

Inês – E achas que quando tens de fazer um cálculo, a melhor maneira é fazer no papel?

Marta – Ah, não, mas assim também aprendemos a fazer os cálculos mais rapidamente.

Inês – Sim, aprendemos a fazer cálculos mais rapidamente, mas resolvemos os problemas mais rapidamente?

Marta – Não, é com a calculadora...

Inês – Pode ser a calculadora?

Marta – Claro!

É de referir que grande parte das tarefas realizadas por Marta nos primeiros anos de escolaridade se prendeu com a rápida e eficiente execução de algoritmos escritos. Por isso, esta sua opinião parece estar associada à sua experiência na aula de Matemática neste ano lectivo e no anterior.

Álvaro frequenta pela segunda vez o 6.º ano de escolaridade, tendo sido retido no ano lectivo precedente. Em anos lectivos anteriores o uso da calculadora não foi permitido. No início do presente ano lectivo mostrou bastante renitência em relação à calculadora, recusando-se a utilizá-la e não reconhecendo validade às estratégias dos colegas que a usavam. Progressivamente, foi-se mostrando mais disponível para utilizar este instrumento em algumas situações. Neste estudo, utilizou quase exclusivamente a calculadora como processo de cálculo nas tarefas propostas (tabela 4).

Tabela 4 – Processo de cálculo utilizado em cada tarefa pelo Álvaro.

	1a)	1b)	2a)	2b)	3	4	5	6	7	8	9a)	9b)	9c)	9d)	9e)	9f)	9g)	9h)	9i)	
PL																				
Calc																				
CM																				

Apesar de demonstrar uma clara preferência pelo uso da calculadora, Álvaro apoiou sempre o seu raciocínio em representações diversificadas dos números e das situações. A capacidade para representar uma situação de formas diferentes aumenta a respectiva compreensão e suporta a comunicação do raciocínio pelo aluno. Do mesmo modo, a comparação com um referencial (físico ou matemático), traduz o nível de desenvolvimento do sentido do número na sua vertente de conhecimento e facilidade com os números (McIntosh et al., 1992).

De forma a avaliar a plausibilidade do resultado obtido para a tarefa 8, Álvaro comparou a quantidade de sumo com a capacidade de uma garrafa de água. De forma análoga, recorreu ao uso de uma diferente representação dos números racionais quando constatou que alguns dos números da tarefa 8 e da tarefa 9b) eram os mesmos, encontrando-se apenas representados de formas diferentes.

A utilidade da calculadora para Álvaro é agora indiscutível. Descreve a sua utilidade em situações de resolução de problemas utilizando argumentos de diversos níveis, muito semelhantes aos elencados por diversos autores (como Brocardo, Serrazina & Kramer, 2003; Mamede, 2000; Ruthven, 1997). É também claro que o aluno considera que a calculadora tem algumas limitações enquanto instrumento de cálculo, pelo que a sua utilização deve ser acompanhada de um forte sentido crítico, bem como de alguns cuidados:

Inês. – Então não tem dificuldade nestes problemas?

Álvaro – Porque quando é com números grandes e para não estar a perder muito tempo, uso a calculadora...

Inês – Porque poupas tempo. E tens a certeza que não erras, ou quando usas a calculadora também podes te enganar?

Álvaro – Posso, se me enganar a meter o número, e não reparar, posso me enganar.

Inês – E os resultados? Se inserires bem os números tens a certeza que o resultado está certo?

Álvaro – Claro que está certo!

Inês – Então e se escolheres mal a operação que tens de fazer, se interpretares mal o problema?

Álvaro – Eu depois vou... Quando acabar, corrijo, se vir que tenho alguma coisa de “estranho”... Faço de novo.

Esta consciência de que valores “estranhos” devem ser analisados com cuidado, foi posta em prática por Álvaro, por exemplo, na resolução da tarefa 7, que o aluno procurou inicialmente resolver por tentativa e erro, utilizando a operação inversa e recorrendo ao uso da calculadora. Conseguiu assim obter um valor aproximado do resultado. Contudo, esta aproximação não satisfez o aluno, que optou então por determinar o quociente, recorrendo à calculadora. Devido a um erro de digitação, o valor obtido por este processo era incorrecto. O aluno considerou-o estranho, pois afastava-se consideravelmente do valor aproximado que havia obtido anteriormente. Imediatamente, repetiu o procedimento, chegando assim à resposta correcta.

### **Considerações finais**

Este estudo procura aprofundar o conhecimento acerca do uso dos processos de cálculo pelos alunos e a sua relação com o desenvolvimento do sentido do número. Os alunos estudados apresentaram diferentes perfis no que diz respeito à escolha dos processos de cálculo, bem como aos diferentes níveis de desenvolvimento do sentido do número. Assim, verificou-se que os alunos seleccionaram o método de cálculo segundo diferentes critérios, nomeadamente: (i) atendendo à situação, relacionando os dados e os resultados obtidos com o referencial utilizado no enunciado da tarefa, ou com um referencial matemático; (ii) usando o método privilegiado nas aulas, quer no presente ano lectivo, quer em anos lectivos anteriores; e (iii) seguindo a sua preferência pessoal.

Observou-se que os alunos que privilegiaram o uso da calculadora na resolução das tarefas revelaram um sentido crítico apurado em relação aos resultados obtidos, operações utilizadas e adequação ao contexto. Revelam desta forma ter já desenvolvido um importante aspecto do sentido do número: a “compreensão das relações entre o contexto e os cálculos adequados” (McIntosh et al., 1992). Foi também possível associar o uso da calculadora pelos alunos a outros aspectos significativos do sentido do número, como a compreensão do valor posicional no sistema de numeração decimal, a previsão e interpretação correcta dos efeitos das operações nos números utilizados, a escolha da operação adequada a cada tarefa e a capacidade de confirmar os resultados através de uma operação diferente. Estes resultados contrariam os argumentos apresentados por aqueles que se opõem ao uso da calculadora na sala de aula.

Salientamos também o facto de que os alunos que privilegiaram o uso da calculadora centraram a sua atenção na tarefa. Isso permitiu-lhes estar mais disponíveis para a concretização das suas estratégias, reduzindo assim os erros de cálculo e de interpretação. Esta disponibilidade traduziu-se numa melhor comunicação da sua estratégia, bem como na utilização de diferentes representações pessoais ou de carácter mais formal.

## Referências

- Brocardo, J., Serrazina, L., & Kramer, J.-M. (2003) Algoritmos e sentido do número. *Educação e Matemática*, 75, 11-15.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1991) *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Crowther (1959) *A report of the Central Advisory Council for Education*. Department of Education and Science. London: Her Majesty Stationery Office.
- Erickson, F. (1986) Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Eds), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161). New York, NY: Macmillan.
- Fosnot, C., & Dolk, M. (2001) Algorithms versus number sense. In V. Merecki & L. Peake (Eds.), *Young mathematicians at work: Constructing number sense, addition and subtraction* (pp. 115-125) Portsmouth, NH: Heinemann.
- Kamii, C., Lewis, B., & Livingston, S. L. (1993) Primary arithmetic: Children inventing their own procedures. *Arithmetic Teacher*, 41, 200-203.
- Mcintosh, A., Reys, B., & Reys, R. (1992) A proposed framework for examining basic number sense. *For the learning of Mathematics*, 12(3), 2-8.
- Ministério da Educação (2001). *Currículo nacional do ensino básico*. Lisboa: Departamento de Educação Básica.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ponte, J. P. (2005) O interaccionismo simbólico e a pesquisa sobre a nossa própria prática. *Revista Pesquisa Qualitativa*, 1, 107-134.
- Sowder, J. (1988) Mental computation and number comparison: Their roles in the development of number sense and computational estimation. In J. Hiebert & M. Behr (Eds). *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 182-197) Reston, VA: Lawrence Erlbaum.

## Anexo - Problemas

1. A temperatura em Lisboa às 8h00 era de 8,5 graus centígrados. Ao meio-dia já tinha subido 4,5 graus.
  - a) Qual a temperatura às 12h00?
  - b) Qual a subida que se verificou entre as 8h00 e as 15h00, quando atingiu a temperatura máxima de 14,9 graus?
  
2. Na bancada azul do estádio de Aveiro, reservada para a claque do Beira-Mar, estavam sentadas 2002 pessoas.
  - a) Havia 98 cadeiras livres nessa bancada. Qual a capacidade máxima da bancada?
  - b) Se entretanto chegarem mais 125 adeptos, quantos ficam sem lugar na bancada?

3. O Manuel precisa de 128,08 euros para comprar a nova bicicleta. Recebeu 59,5 euros no aniversário e poupou 26,75 das mesadas. Quanto precisa ainda de juntar?

4. A Joana gasta 0,45 m de fita num embrulho. Precisa de embrulhar 10 presentes. Quantos metros de fita vão ser necessários?

5. Quantas caixas são necessárias para arrumar 248 copos se em cada caixa cabem 24 copos?

6. Uma caixa de barras de cereal pesa 240 gramas e contém seis barras. Quanto pesa cada uma das barras?

7. Sete amigos foram jantar fora e pediram uma piza de 430 gramas. Se todos comerem o mesmo, quantas gramas será para cada um?

8. O Pedro e o seu irmão beberam  $\frac{1}{4}$  de litro de sumo ao lanche. Ao jantar a sua família, bebeu 0,5 l do mesmo sumo. A mãe do Pedro, mesmo antes de se deitar, bebeu um décimo de litro de sumo. Qual a quantidade de sumo consumido por esta família durante todo o dia?

8. Calcula

a)  $7,5 + 5,5$

b)  $0,25 + \frac{1}{2}$

c)  $17,6 - 6,4$

d)  $3003 - 87$

e)  $125 - 87$

f)  $0,65 \times 10$

g)  $405 \div 20$

h)  $300 \times \frac{1}{6}$

i)  $460 \times \frac{1}{7}$