Normas sociomatemáticas, argumentação e autonomia em matemática[1]

Erna Yackel, *Purdue University*
Paul Cobb, *Vanderbilt University*

Este artigo propõe um modo de interpretar as aulas de Matemática que tem como objectivo compreender como os alunos desenvolvem crenças e valores matemáticos e, consequentemente, como se tornam intelectualmente autónomos em Matemática. Para isso, apresentamos a noção de normas *sociomatemáticas*, isto é, aspectos normativos de discussões matemáticas que são específicos da actividade matemática dos alunos. A explicação de normas sociomatemáticas amplia o nosso trabalho anterior sobre normas sociais na sala de aula em geral que sustentam discussão baseada em investigação[2] e argumentação. Episódios de uma turma do 2º ano de escolaridade onde o ensino da Matemática se insere, em termos gerais, numa tradição inquiridora, são usados para clarificar os processos pelos quais as normas sociomatemáticas são constituídas interactivamente e para ilustrar como estas normas regulam a argumentação matemática e influenciam oportunidades de aprendizagem tanto para os alunos como para o professor. Com isto, clarificamos como os alunos desenvolvem uma predisposição matemática e damos conta do desenvolvimento nos alunos de uma autonomia intelectual crescente em Matemática. No decurso deste processo, elaboramos sobre o papel do professor como um representante da comunidade matemática.

Durante os últimos anos, temos estado envolvidos numa investigação e num projecto de desenvolvimento ao nível da *elementary school* que tem objectivos tanto pragmáticos como teóricos. Por um lado, desejamos apoiar os professores à medida que estabelecem ambientes de sala de aula que facilitam o desenvolvimento conceptual dos alunos em Matemática. Por outro lado, queremos investigar a aprendizagem matemática das crianças na sala de aula. Esta última invstigação envolve o desenvolvimento de perspectivas úteis para interpretar e dar sentido à complexidade da vida da sala de aula. O propósito deste artigo é propor um modo de interpretar a vida da sala de aula que tem como objectivo compreender como os alunos desenvolvem crenças e valores matemáticos específicos e, consequentemente, como se tornam intelectualmente autónomos em Matemática, isto é, como desenvolvem uma

---

[1] Tradução do artigo publicado no *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458-477 (1996). Uma versão anterior deste arttigo foi apresentada no encontro anual de 1993 da American Educational Research Association, em Atlanta, GA.
Diversas noções centrais deste artigo foram elaboradas no decurso de discussões com Heirich Bauersfeld, Gotz Krummheuer e Jorg Voigt da Universidade de Bielefeld e Terry Wood, da Universidade de Purdue.
A investigação relatada neste artigo foi apoiada pela National Science Foundation através dos projectos RED-9353587, DMS-9057141 e MDR 885-0560, pela James S.McDonnell Foundation e pela Spencer Foundation. Todas as opiniões aqui expressas vinculam apenas os autores.
[2] *Inquiry*.

disposição matemática (National Council of Teachers of Mathematics, 1991). Com este fim, focamo-nos em normas de sala de aula a que chamamos normas sociomatemáticas. Estas normas são distintas das normas sociais da sala de aula em geral pois elas são específicas dos aspectos matemáticos da actividade dos alunos. Como modo de introduzir e elaborar a discussão teórica neste artigo, apresentamos episódios de uma sala de aula que estudámos extensivamente. Os episódios foram escolhidos pelo seu poder clarificador e explicativo o que não significa que sejam exemplares ou que reflictam a prática ideal da sala de aula.

Há uma relação reflexiva entre o desenvolvimento de perspectivas teóricas e o atribuir sentido a acontecimentos e situações particulares. A análise do particular constitui ocasiões para reconsiderar o que necessita ser explicado e para rever construções explicativas. Reciprocamente, a selecção de casos particulares para considerar reflecte uma orientação teórica. Assim, acontecimentos empíricos particulares fundamentam as ideias teóricas, e as ideias teóricas influenciam a interpretação de acontecimentos particulares (Erickson, 1986). Esta interdependência entre teoria e prática está reflectida neste artigo.

Perspectiva teórica

A nossa perspectiva teórica deriva do construtivismo (von Glasersfeld, 1984), do interaccionismo simbólico (Blumer, 1969), e da etnometodologia (Leiter, 1980; Mehan & Wood, 1975). Começámos o projecto com a intenção de nos focarmos na aprendizagem, principalmente de uma perspectiva cognitiva, com o construtivismo como suporte orientador. Contudo, à medida que tentávamos dar sentido às nossas experiências da sala de aula, foi notório que precisávamos de alargar a nossa visão interpretativa desenvolvendo uma perspectiva sociológica da actividade matemática. Para isto, servimo-nos de ideias derivadas do interaccionismo simbólico (Bauersfeld, Krummheur & Voigt, 1988; Blumer, 1969; Voigt, 1985, 1989) e da etnometodologia (Krummheur, 1983; Mehan & Wood, 1975). Estávamos então capazes de compreender e explicar o desenvolvimento de normas sociais da sala de aula em geral. Estas mesmas ideias mostraram-se críticas para o nosso desenvolvimento da noção de normas sociomatemáticas. Como veremos ao longo deste artigo, as ideias que se mostraram particularmente relevantes são a constituição interactiva do significado, do interaccionismo simbólico, e a reflexividade, da etnometodologia. Uma discussão detalhada da coordenação de perspectivas psicológicas e sociológicas está para além do âmbito deste artigo e pode ser encontrada em Cobb e Bauersfeld (1995).

Bauersfeld (1988) e Voigt (1992) elaboraram sobre a relevância das perspectivas interaccionistas para a investigação em educação matemática. Um pressuposto básico do interaccionismo é que os processos culturais e sociais são integrantes da actividade matemática (Voigt, 1995). Esta visão, que está crescentemente a ser aceite pela comunidade de educação matemática (Cobb, 1990; Eisenhart, 1988; Greeno, 1991; Resnick, 1989; Richards, 1991), é apresentada sucintamente por Bauersfeld (1993):

> A compreensão do ensino e aprendizagem da Matemática... sustenta um modelo de participação numa cultura mais do que um modelo de transmissão de conhecimento. Participar nos processos de uma aula de Matemática é participar numa cultura de usar a Matemática, ou melhor: uma cultura de matematização como prática. As muitas competências que um observador pode identificar e tomar como principais representantes da cultura, formam apenas a superfície procedimental. Estes são os alicerces para a construção, mas o plano para o edifício da matematização é processado num outro nível. Assim como nas culturas, o núcleo do que é aprendido através da participação está no *quando* fazer o quê e *como* fazê-lo. O conhecimento (num sentido estreito) não servirá para nada se o utilizador não puder identificar a adequabilidade da situação. O conhecimento, também, não dará muita ajuda se o aprendiz for incapaz de relacionar flexivelmente e transformar os elementos necessários de conhecimento para a sua situação actual. Isto é, os principais resultados que emergem da participação na cultura da aula de Matemática aparecerão principalmente num metanível e são "aprendidos" indirectamente. (p. 4)

Nesta visão, o desenvolvimento do raciocínio dos indivíduos e os processos de construção de sentido não podem ser separados da sua participação na constituição interactiva de significados matemáticos partilhados.

Voigt (1992) argumenta que, das várias abordagens teóricas à interacção social, a abordagem do interaccionismo simbólico é particularmente útil quando se está a estudar a aprendizagem das crianças numa aula de Matemática de natureza inquiridora[3] porque ela enfatiza os processos de fazer-sentido assim como os processos sociais. Assim, mais do que tentar inferir a aprendizagem de um indivíduo a partir de processos sociais e culturais ou vice-versa, trata "as ideias subjectivas como se tornando compatíveis com a cultura e com o conhecimento intersubjectivo como a Matemática" (Voigt, 1992, p. 11). Os indivíduos são assim vistos a desenvolver as suas compreensões pessoais à medida que participam na negociação das normas da sala de aula, incluindo aquelas que são específicas da Matemática.

[3] Inquiry mathematics classroom.

Como iremos demonstrar, a ideia de reflexividade da etnometodologia (Leiter, 1980; Mehan & Wood, 1975) é especialmente útil para clarificar como as normas sociomatemáticas e os objectivos e crenças sobre a actividade matemática e a aprendizagem se desenvolvem em conjunto como um sistema dinâmico. Metodologicamente, tanto as normas sociais gerais como as normas sociomatemáticas são inferidas pela identificação de regularidades nos padrões de interacção social. A respeito das normas sociomatemáticas, o que se torna matematicamente normativo numa sala de aula é determinado pelos objectivos, crenças, suposições e pressupostos presentemente assumidos pelos participantes na aula. Ao mesmo tempo, estes objectivos e as compreensões largamente implícitas são eles próprios influenciados pelo que é legitimado como actividade matemática aceitável. É neste sentido que dizemos que as normas sociomatemáticas e os objectivos e crenças acerca da actividade matemática e da aprendizagem estão reflexivamente relacionados.

Normas sociais e normas sociomatemáticas

No decorrer do nosso trabalho, colaborámos com um grupo de professores do 2º e 3º anos de escolaridade para os ajudar a rever radicalmente o modo como ensinam Matemática. A instrução nas salas de aula do projecto consiste tipicamente na condução pelo professor de discussões com toda a turma dos problemas propostos, trabalho colaborativo em pequeno grupo entre pares de crianças seguido de discussões com toda a turma onde os alunos explicam e justificam as interpretações e soluções que desenvolvem durante o trabalho em pequeno grupo. As tarefas e as estratégias de ensino usadas nas salas de aula do projecto têm sido desenvolvidas durante vários anos em experiências de ensino na sala de aula. Em geral, a abordagem que adoptámos reflecte a visão que a aprendizagem da Matemática é tanto um processo de construção activa individual (von Glasersfeld, 1984) como um processo de aculturação das práticas matemáticas de uma sociedade mais alargada (Bauersfeld, 1993).

A nossa investigação anterior incluía a análise do processo através do qual os professores iniciam e conduzem o desenvolvimento de normas sociais que sustentam as microculturas de sala de aula caracterizadas pela explicação, justificação e argumentação (Cobb, Yackel & Wood, 1989; Yackel, Cobb & Wood, 1991). Porém, normas deste tipo são normas sociais da sala de aula em geral que se aplicam a qualquer matéria e não são específicas da Matemática. Por exemplo, idealmente os alunos devem desafiar o pensamento dos outros e justificar as suas próprias interpretações em aulas de Ciência ou Literatura como também em Matemática. Neste artigo ampliamos o nosso trabalho prévio sobre as normas da sala de aula em geral focando-nos em aspectos normativos de discussões matemáticas específicos da actividade matemática dos alunos. Para clarificar esta distinção, falaremos em normas *sociomatemáticas* em lugar de normas sociais. Por exemplo, a compreensão normativa do que é considerado matematicamente diferente, matematicamente sofisticado, matematicamente eficaz e matematicamente elegante numa sala de aula são normas sociomatemáticas. Analogamente, o que é considerado como uma explicação e justificação matemática aceitável é uma norma sociomatemática. Para clarificar a subtil distinção entre normas sociais e normas sociomatemáticas apresentamos os seguintes exemplos. A compreensão de que se espera que os alunos expliquem as suas soluções e os seus modos de pensamento é uma norma social, enquanto a compreensão do que é considerado como uma explicação matemática aceitável é uma norma sociomatemática. Do mesmo modo, a compreensão de que quando se discute um problema os alunos devem apresentar soluções diferentes das já apresentadas é uma norma social, enquanto que a compreensão do que é considerado a diferença matemática é uma norma sociomatemática.

Neste artigo primeiro documentamos os processos através dos quais as normas sociomatemáticas da *diferença matemática* e da *sofisticação matemática* são estabelecidas. De seguida, ilustramos como estas normas sociomatemáticas orientam a argumentação matemática e influenciam as oportunidades de aprendizagem tanto para os alunos como para o professor. Consideramos então como é que o professor e os alunos interactivamente constituem aquilo que é considerada uma *explicação ou justificação matemática aceitável*. No decurso do processo clarificamos como é que o professor pode ser um representante da comunidade matemática na sala de aula onde os alunos desenvolvem os seus modos de conhecimento pessoalmente significativos.

Questões relativas ao que são consideradas soluções diferentes, sofisticadas, eficazes e elegantes envolvem um sentido de partilha de *quando* é apropriado contribuir para a discussão. Em contraste, a norma sociomatemática do que é considerado como uma explicação e justificação aceitáveis está relacionada com o próprio *processo* através do qual os alunos contribuem. Porque os professores com quem colaborámos estavam a tentar estabelecer tradições de Matemática inquiridora nas suas aulas, justificações e explicações aceitáveis tinham de envolver acções descritas sobre objectos matemáticos mais do que instruções procedimentais (Cobb, Wood, Yackel & McNeal, 1992). Por exemplo, descrever a manipulação de dígitos por si não seria aceitável. Por outro lado, não eseria suficiente para um aluno descrever simplesmente as acções matemáticas para si reais. Crucialmente, para ser aceitável, os outros alunos teriam de ser capazes de interpretar a explicação em termos de acções sobre objectos matemáticos para eles experiencialmente reais. Assim, a base correntemente partilhada por todos para a comunicação matemática serviu como pano de fundo a partir do qual os alunos explicaram e justificaram o seu pensamento. Reciprocamente, foi por meio da argumentação matemática que esta realidade de fundo evoluiu. Iremos assim argumentar que o processo de argumentação e a base partilhada para a comunicação estiveram reflexivamente relacionadas.

Além disso, argumentaremos que a construção das normas sociomatemáticas é algo pragmaticamente significativo, pois clarifica como é que os alunos em aulas que seguem uma tradição inquiridora desenvolvem crenças e valores matemáticos que são consistentes com o actual movimento da reforma e como é que eles se tornam intelectualmente autónomos em matemática. Assim, de acordo com o objectivo deste artigo, limitamos a nossa discussão às aulas que seguem uma tradição inquiridora. Não obstante, normas sociomatemáticas, tais como o que é considerado como uma explicação e justificação matemática aceitáveis, são estabelecidas em todas as salas de aula indiferentemente da tradição instrutiva.

Para clarificar as ideias teóricas desenvolvidas neste artigo, seleccionámos exemplos de uma turma do 2º ano de escolaridade na qual conduzimos uma experiência de ensino ao longo de um ano. Os dados da experiência de ensino incluem registos vídeo de todas as lições de Matemática ao longo do ano lectivo e de entrevistas individuais realizadas a cada aluno da turma no início, meio e fim do ano. Notas de campo e cópias de trabalhos escritos dos alunos são fontes adicionais de dados.

O processo de desenvolver normas sociomatemáticas

Como parte do processo de orientar o desenvolvimento de uma atmosfera na sala de aula na qual os alunos são obrigados a tentar desenvolver soluções pessoalmente significativas que eles possam explicar e justificar, os professores com quem trabalhámos perguntavam regularmente se alguém tinha resolvido um problema de um *modo diferente*. Foi enquanto estávamos a analisar as interacções de professores e alunos nestas situações que a importância das normas sociomatemáticas, ao invés de normas sociais gerais, se tornaram aparentes. Usaremos a noção de *diferença matemática* para clarificar e ilustrar como é que as normas sociomatemáticas são interactivamente constituídas na sala de aula.

Nas aulas do projecto, como na maioria das aulas de Matemática, não há critérios pré-definidos para aquilo que se considera como uma solução *diferente*. Em vez disso, o significado do que constitui a *diferença matemática* foi negociado por cada professor e os seus alunos através da sua interacção. Pela sua parte, os professores estavam eles próprios a tentar desenvolver uma forma inquiridora de prática. Eles não tinham experiência anterior em pedir às crianças para gerarem os seus próprios métodos de solução ou para explicarem o seu próprio pensamento e, assim, tinham poucas bases para antecipar os métodos que os alunos iriam sugerir. Na ausência de critérios pré-determinados, as crianças tinham de apresentar métodos de solução sem saber à partida como seriam vistos pelo professor. Consequentemente, em resposta aos pedidos do professor para diferentes soluções, os alunos estavam simultaneamente a aprender o que era considerado como matematicamente diferente e a ajudar a constituir o que era considerado matematicamente diferente na sua aula. É neste sentido que dizemos que o significado de *diferença matemática* era interactivamente constituído pelo professor e alunos. As respostas e acções do professor constrangeram nos alunos o desenvolvimento da compreensão da diferença matemática e as respostas dos alunos contribuíram para o desenvolvimento da compreensão do professor.

O episódio seguinte clarifica e ilustra como o professor inicia a constituição interactiva da diferença matemática.

Exemplo 1: A expressão 16+14+8= _____ foi posta como uma actividade de cálculo mental.

Lemont: Eu adicionei dois 1s tirados do 16 e [do 14]... seria 20... mais 6 mais 4 seria igual a outro 10, e isso era 30 mais o 8 que ficou seria 38.
Professor: Está certo. Alguém adicionou de modo *diferente*? Sim?
Ella: Eu disse 16 mais 14 seria 30... e somando 8 seria 38.
Professor: Ok! Jose? *Diferente*?
Jose: Eu tirei dois dez de 14 e 16 e isso seria 20... e depois adicionei o 6 e o 4 que seria 30... depois somei o 8, que seria 38.
Professor: Ok! É quase semelhante a – (dirigindo-se ao outro aluno) Sim? *Diferente*? Está bem.

Aqui, a resposta do professor a Jose sugere que ele está a considerar um determinado significado de *diferente*. Porém, como ele não diz aos alunos porque é que a solução de Jose é semelhante às já apresentadas, os alunos são levados a desenvolver as suas próprias interpretações. As próximas duas soluções oferecidas por alunos são mais inventivas e não são questionadas pelo professor.

Rodney: Eu tirei um do seis e juntei ao 14 e obtive 15 [e] 15 [seria] 30, e com 8 seriam 38.
Professor: Yeah! Trinta oito. Sim. *Diferente*?
Tonya: .. Eu somei o 8 e o 4, o que deu 12…. Assim eu disse 12 mais 10, isso seria 22... mais o outro 10, isso seria 30 e então obtive 38.
Professor: OK! Dennis - *diferente*, Dennis?

Participando em trocas como estas, as crianças aprenderam que o professor legitimou soluções que envolveram decomposição e recomposição de números de modos diferentes mas não aquelas que eram pouco mais que apresentar novamente determinadas soluções previamente dadas. Ao mesmo tempo, o professor promoveu o seu programa de trabalho pedagógico conduzindo o desenvolvimento de uma compreensão partilhada do que era matematicamente significativo em tais situações.

O exemplo seguinte destaca a subtil e muitas vezes implícita negociação de significados. Neste caso, vemos um aluno que toma a iniciativa à medida que protesta que uma solução não deveria ter sido apresentada porque, no seu ponto de vista, não era já diferente de uma já dada.

Exemplo 2: O problema 78-53= ____foi escrito no quadro e proposto como uma actividade de cálculo mental.

Dennis: Eu disse, ..., 7 e tirando 50, isso é igual a 20.
Professor: Certo.
Dennis: E então, então eu tirei, eu tirei 3 de 8 e então fiquei com 5.
Professor: Ok. E com quantos ficaste?
Dennis: 25....
...
Professor: Ella?
Ella: Eu disse os 7, os 70, eu disse os 70 menos os 50... eu disse os 20 e 8 mais 3.... Oh, eu somei, eu disse 8 menos os 3, que são 5.
Professor: Certo. Seria então quanto?
Ella: E isso é 75... Eu quero dizer 25.
Dennis: (Protestando) Sr. K., isso é a mesma coisa que eu disse.

O comentário final de Dennis serve duas funções. No que diz respeito à discussão da turma, contribui para a negociação do significado de *diferença matemática*. Para o observador, mostra que ele entende que nesta turma não é apropriado apresentar uma explicação que repete uma decomposição e recombinação de números previamente descrita.

A noção de quando é apropriado contribuir para a discussão foi tida como adquirida pelo menos alguns por alunos da turma.

O exemplo anterior clarifica que, além de regular a sua participação na discussão, a norma sociomatemática do que constitui a diferença matemática suporta uma actividade cognitiva de alto nível. Para responder como fez, Dennis teve que comparar as suas soluções e as de Ella e avaliar as semelhanças e diferenças. Deste modo, a sua solução tornou-se um objecto da sua própria reflexão. Em geral, os pedidos do professor para soluções diferentes iniciam uma mudança no contexto de resolução do problema no sentido de comparar soluções. No último contexto a actividade das crianças vai para além de escutar, e procura dar sentido às explicações dos outros para tentar identificar semelhanças e diferenças entre várias soluções. Tal actividade reflexiva tem o potencial de contribuir significativamente para a aprendizagem matemática das crianças.

Na sala de aula estudada, o desenvolvimento de uma compreensão partilhada do que é considerado como uma *solução sofisticada* ou uma *solução eficaz* foi menos explícita do que uma compreensão do que significa uma *solução diferente*. Por exemplo, nesta aula o professor raramente perguntou se alguém tinha um modo *mais sofisticado* ou *mais eficiente* para resolver um problema e nunca se referiu explicitamente a uma solução como sendo melhor do que outra. Não obstante, em qualquer sala de aula, as crianças estão bem conscientes da assimetria entre o papel do professor e o seu. O professor representa necessariamente a disciplina de Matemática na sala de aula (Voigt, 1995). Por conseguinte, as reacções do professor à solução de uma criança podem ser interpretadas como um indicador implícito do que é valorizado matematicamente. Por exemplo, no Exemplo 1, muitas crianças podem ter interpretado a resposta entusiástica do professor ("Yeah"!) depois da solução de Rodney como uma indicação que esta solução foi favorecida. Porém, porque o assunto não se tornou um tópico explícito de conversa, as crianças foram levadas a decidir em que sentido a solução era especial. Acontecimentos deste tipo são ocasiões para os alunos inferirem quais os aspectos da sua actividade matemática que o professor valoriza. No processo, o professor elabora a sua própria visão interpretativa face à Matemática e induz os alunos nessa visão.

O episódio seguinte, que aconteceu nas primeiras semanas do ano lectivo, clarifica como é que o discurso matemático pode progredir à medida que o professor e os alunos interactivamente constituem uma compreensão partilhada do que é matematicamente valorizado.

Exemplo 3: A tarefa é calcular quantas rodelas há num quadro de dupla dezena que tem quatro rodelas vermelhas na armação esquerda e seis rodelas verdes na armação direita (ver Figura 1). A imagem foi projectada no ecrã do retroprojector várias vezes e depois tirada enquanto as crianças calculavam as suas soluções. O episódio começa depois de vários alunos já terem dado soluções que envolvem contagens através de unidades.

Travonda: Você poderia dizer, ..., é seis neste lado (apontando para a armação direita) e leva um daquele lado (apontando para a armação direita) [e] ponha no lado vermelho e...
Professor: Escutem-na!
Travonda: E [você] teria cinco mais cinco.
Professor: *Certo! Entendem o que ela [disse]. Eu gosto disso!* Ela disse (apontando para o ecrã) se fossemos tirar um destes verdes e pô-lo aqui com, com as quatro [rodelas vermelhas] teríamos o quê?
Turma: Cinco.
Professor: Cinco. E isto deixaria cinco aqui (apontando para a armação à direita) e vocês podiam dizer 5 mais 5. *Isso é bom*.

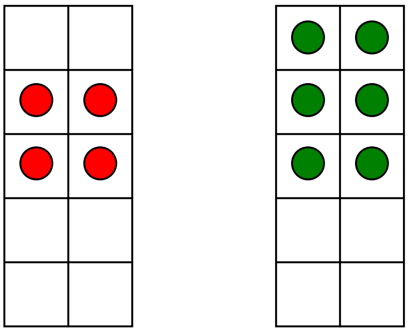

Figura 1 - Tarefa do quadro de dupla dezena

Embora o professor não indicasse em que sentido a solução que Travonda deu era desejável, a sua expressão de satisfação não deixou nenhuma dúvida de que, na sua visão, esta solução era especial. Como Voigt (1995) refere, tais julgamentos têm uma função importante no suporte da aprendizagem matemática dos alunos pois tornam possível para eles tornarem-se conscientes de formas conceptualmente mais avançadas de actividade matemática e, ao mesmo tempo, leva-os a decidir se se dedicam ao desafio intelectual. Os alunos podem desenvolver um sentido das expectativas do professor relativamente à sua aprendizagem matemática sem se sentirem obrigados a imitar soluções que podem estar para além das suas presentes possibilidades conceptuais. Neste caso, várias crianças dedicaram-se ao desafio de tentar apresentar soluções que elas inferem também poder ser qualificadas de especiais. O episódio continuou como segue:

Chade: Você, você pode pôr as quatro [rodelas vermelhas] naquele [direito] lado e isso faria dez.
Professor: *Yeah! Eu gosto disso*.
Professor: (Para a turma) Chade diz para pôr estas quatro (apontando para as rodelas vermelhas) aqui (apontando para os espaços em branco da armação direita) e isso faria quantos?
Classe: Dez.
Professor: Dez. *Certo, isso é bom*. Yeah?
Greg: Dois mais dois são quatro (apontando para as rodelas vermelhas) e dois mais dois são quatro (apontando para as quatro rodelas verdes) e isso é oito, e mais dois é dez.
Professor: Certo. *Percebem o que ele disse?* (O professor repete a solução para a turma.)
John: Você poderia fazer sete mais três e então isso seria dez.
Professor: *Eu gosto disso*.

As nossas observações indicaram que todas as soluções que seguiram a resposta entusiástica do professor à solução de Travonda eram novas para esta turma. Da sua parte, o professor continuou a chamar a atenção para as soluções, indicando que queria que as outras crianças as compreendessem e que ele as valorizava. No processo, a sofisticação do pensamento individual dos alunos e do discurso matemático progrediu. No Exemplo 3, por exemplo, as soluções apresentadas pelas crianças tornaram-se mais sofisticadas depois do professor indicar ter valorizado a solução de Travonda. Neste caso, por sofisticado, queremos dizer que as soluções foram para além de contar unidades e envolveram a construção de relações numéricas e desenvolveram modos alternativos de combinar elementos das duas colecções. O comentário de John, "*Você poderia fazer 7 mais 3 e então isso seria 10*," ilustra que os alunos se envolveram neste tipo de actividade alargada. A sua linguagem de "poderia fazer" e "isso seria" sugere que, em lugar de se referir ao modo como resolveu o problema inicialmente, ele está a descrever uma relação que percebe que podia ter usado para resolver o problema.

A influência das normas de sociomatemáticas na argumentação matemática e nas oportunidades de aprendizagem

Indicámos atrás que surgem oportunidades de aprendizagem adicionais quando as crianças procuram dar sentido às explicações dadas pelos outros, comparar as soluções dos outros com as suas, e fazer julgamentos sobre semelhanças e diferenças. A análise da actividade das crianças mostra que elas construíram conceitos crescentemente sofisticados de dez, decompuseram e recompuseram números com dois dígitos flexivelmente, e desenvolveram modos de falar sobre a sua actividade mental usando a linguagem usual das dezenas e unidades (Yackel, Cobb, & Wood, a publicar). Além disso, explicando e justificando diferentes soluções, o professor e os alunos estabeleceram significados partilhados para dezenas e unidades. No processo, estes tornaram-se experiencialmente objectos matemáticos reais (Davis & Hersh, 1981) para quase todos os alunos da turma.

A negociação de normas sociomatemáticas permite aumentar as oportunidades de aprendizagem para os professores e também para os alunos. Um dos papéis do professor numa aula de Matemática inquiridora é facilitar discussões matemáticas. Ao mesmo tempo, o professor age como um participante que pode legitimar certos aspectos da actividade matemática das crianças e, implicitamente, sancionar outros (Lampert, 1990; Voigt, 1985). Discussões com toda a turma são situações exigentes para os professores porque estes têm que tentar dar sentido a um largo conjunto de (diferentes) soluções apresentadas pelas crianças (cf. Carpenter, Ansell, Franke, Fennema, & Weisbeck, 1993). As nossas observações indicam consistentemente que os professores capitalizam as oportunidades de aprendizagem que surgem à medida que começam a ouvir as explicações dos alunos. O modo crescentemente sofisticado como seleccionam tarefas e respondem às soluções das crianças, mostra o seu próprio desenvolvimento da compreensão da actividade matemática e do desenvolvimento conceptual dos alunos.

Estas oportunidades de aprendizagem para os professores são directamente influenciadas pelas normas sociomatemáticas negociadas nas salas de aula. Em particular, as crianças continuam a apresentar uma variedade de explicações quando são enfatizadas diferentes soluções e são legitimadas soluções crescentemente sofisticadas. Estas informam os professores sobre as possibilidades conceptuais dos alunos e as suas compreensões presentes. Isto, por sua vez, contribui para o desenvolvimento nos professores de noções do que é sofisticado e eficaz para as crianças. Isto ilustra a relação reflexiva entre o estabelecimento de normas sociomatemáticas e a compreensão crescente pelo professor da diferença, sofisticação e eficiência matemática. Para uma discussão mais detalhada da aprendizagem de professores em aulas de Matemática inquiridoras ver Wood, Cobb e Yackel (1991) e Yackel, Cobb e Wood (a publicar).

A constituição interactiva daquilo que é considerado como explicação e justificação aceitáveis

Vamos considerar agora como o professor e os alunos, numa aula de Matemática inquiridora constituem interactivamente, o que pode ser considerado como uma explicação e justificação aceitáveis e assim elaboraram bases partilhadas para a comunicação. Visto como um acto comunicativo, a explicação tem como propósito clarificar aspectos do pensamento matemático de uma pessoa que pode não ser visível a outros. Por conseguinte, o que é oferecido como uma explicação é relativo às expectativas percebidas por outros.

A nossa análise dos dados recolhidos na sala de aula mostra uma evolução da compreensão dos alunos sobre o que é importante numa explicação e justificação matemática aceitável (Yackel, 1992). Inicialmente, as explicações dos alunos podem ter uma base social em vez de Matemática. À medida que a participação deles aumenta em aulas de Matemática de carácter investigativo os alunos diferenciam vários tipos de raciocínio matemático. Por exemplo, eles distinguem entre as explicações que descrevem procedimentos e as que descrevem acções com objectos matemáticos. Finalmente, alguns alunos progridem sendo capazes de tomar as explicações como objectos de reflexão. No ponto seguinte ilustramos estes três aspectos da compreensão dos alunos acerca da explicação. Em cada caso o foco da discussão está na constituição interactiva do que constitui aceitabilidade.

Uma base matemática para as explicações

Um passo preliminar no desenvolvimento das crianças acerca da compreensão do que constitui uma explicação matemática aceitável é que elas entendam que a base para as suas acções deveria ser matemática em lugar de social. Desenvolver esta compreensão preliminar não é um assunto trivial, especialmente porque as crianças são socializadas frequentemente na escola para confiar em sugestões sociais. Por exemplo, em muitas salas de aula é apropriado para uma criança deduzir que a resposta dela está incorrecta se o professor a questionar. Nas salas de aula que temos estudado, uma das nossas expectativas é que as crianças expliquem, em pequeno grupo, uns aos outros os métodos de solução utilizados e que também o façam em grande grupo. Porém, a maioria das crianças estava a experimentar este tipo de aulas pela primeira vez e tinha poucas bases para saber que tipos de justificações poderiam ser aceitáveis. Na sua experiência anterior de fazer Matemática na escola os professores eram os únicos na sala de aula que davam explicações. As crianças foram acostumados então a confiar na autoridade do professor para apresentar razões. Por exemplo, no início do ano lectivo uma criança tentava solucionar uma disputa sobre uma resposta durante trabalho de grupo iniciando uma discussão sobre quem tinha o melhor lápis e, consequentemente, qual deles era o mais inteligente. Esta tentativa de usar o seu estatuto social em vez de uma explicação matemática para solucionar a discordância é consistente com o modo com que muitas crianças interpretam o ensino da Matemática tradicional, como procedimentos arbitrários prescritos pelas autoridades das suas aulas – o manual escolar e o professor (Kamii, 1994; Voigt, 1992).

O episódio seguinte, que aconteceu no início do ano escolar, demonstra como um professor pode capitalizar situações que surgem naturalmente na sala de aula para tornar os raciocínios das crianças um tópico explícito de discussão.

Exemplo 4: O professor colocou a tarefa do quadro da dupla dezena usando duas rodelas vermelhas no lado esquerdo e 8 rodelas verdes no lado direito.

Professor: Quantos mais verdes há que vermelhos? Quantos mais?
Donna: Seis.
Professor: Há seis? Certo. Seis. Está certo turma?
Alunos: Sim. Não.
Donna: Oh, sete.
Aluno: Oh, eu sei.
Professor: Sete.
Donna: Oito. Oito.
Aluno: Eu sei. Eu sei.
Professor: (Para Donna.) Há oito mais verdes do que vermelhos?
Aluno: Não.
Aluno: Oh, Sr. K., eu sei.
Professor: Pensa nisto Donna. Quantos mais círculos verdes há que vermelhos? Daria?
Daria: Seis.
Professor: Quantos?
Daria: Seis.
Professor: Isto está certo turma? Concordamos com isto?
Alunos: Não. Sim.
Professor: Eu ouvi algum nãos.
Muitos alunos começam a falar imediatamente.
Professor: Oiçam. Oiçam.
Donna: (Protestando com o professor) Eu disse seis, mas você disse, “Não”.

Em resposta à manifestação explícita de Donna que mudou as suas respostas com base na sua interpretação da situação social em lugar do raciocínio matemático, o professor inventa um enredo para clarificar as suas expectativas para esta turma.

Professor: Espera, ouve, ouve. O que fez Sr. K. O que é que eu sempre tenho ensinado? (Para Donna) Qual é o teu nome?
Donna: O meu nome é Donna Walters.
Professor: Qual é o teu nome?
Donna: O meu nome é Donna Walters.
Professor: Se eu te perguntar, "Qual é o teu nome"? novamente, vais-me dizer que o teu nome é Mary?
Donna: .. Não.
Professor: Porque não vais?
Donna: Porque o meu nome não é Mary.
Professor: E tu sabes que o teu nome é - ... Se tu não tivesses a certeza tu poderias ter dito que o teu nome é Mary. Mas tu disseste Donna sempre que perguntei porquê? Tu o quê? Tu sabes que o teu nome é o quê?
Donna: Donna.
Professor: Donna. Eu não consigo que tu digas que o teu nome é Mary. Assim tu deverias ter dito, "Mr. K. Seis. E eu posso provar-lhe isto". Eu tentei ensinar-te isso.

Intervenções deste tipo são poderosas porque elas se tornam casos paradigmáticos a que os alunos podem recorrer. Em geral, tais intervenções são bem sucedidas no estabelecimento da expectativa que as justificações devem ser matemáticas.

Explicações como descrições de acções sobre objectos matemáticos experiencialmente reais

Uma questão mais complexa do que estabelecer que justificações matemáticas devem constituir a base para explicações, é *quais os tipos* de justificações matemáticas que poderiam ser aceitáveis. Aqui novamente, a reflexividade é uma noção fundamental que orienta a nossa tentativa para dar sentido ao que se passa na sala de aula. Nós discutimos que o que constitui uma justificação matemática aceitável é interactivamente constituído por alunos e professor no curso de actividade de sala de aula. Na sala de aula estudada, as crianças contribuíram para estabelecer uma tradição de inquirição matemática gerando os seus próprios modos pessoalmente significativos de resolver problemas em vez de seguir instruções procedimentais. Posteriormente, as suas explicações envolveram crescentemente a descrição de acções sobre o que para eles eram objectos matemáticos. Neste sentido, as suas explicações eram conceptuais em vez de computacionais (Thompson, Philipp, Thompson, & Boyd, 1994). Adicionalmente, os alunos levaram a sério a sua obrigação de tentar dar sentido às explicações uns dos outros. Como um consequência, as explicações eram frequentemente desafiadas se pudessem ser interpretadas como baseadas em instruções procedimentais ou se usassem linguagem que não transmitisse o significado de acções sobre objectos matemáticos partilhados, que eram experiencialmente reais para os alunos. Estes desafios por sua vez, deram origem ao aparecimento de situações para o professor e alunos negociarem o que era aceitável como explicação matemática. O seguinte episódio ilustrativo que ocorreu 2 meses depois do começo do ano lectivo clarifica como a norma sociomatemática do que é aceitável como explicação matemática é interactivamente constituída.

Exemplo 5: O episódio começa quando Travonda está a explicar a sua solução para o problema seguinte.

Roberto tem 12 cêntimos. Depois da avó lhe dar um pouco mais, ele ficou com 25 cêntimos. Quantos cêntimos deu a avó ao Roberto?

Sob as instruções de Travonda, o professor escreve

$$\begin{array}{r} 12 \\ +\ 13 \\ \hline \end{array}$$

no retroprojector. Até aqui, a sua explicação envolve especificação dos detalhes de como escrever o problema usando o formato vertical convencional. Ela continua.

Travonda: Eu disse, um mais um é dois, e 3 mais 2 são 5.
Professor: Certo, ela disse...
Rick: Eu sei sobre o que é que ela está a falar.
Professor: Três mais 2 são 5, e um mais um é dois.

A explicação de Travonda pode ser interpretada como apenas de natureza procedimental. Ela não fez referência explícita ao valor das quantidades que os números significam nem clarificou que os resultados devem ser interpretados como 25. Além disso, repetindo a sua solução, o professor modifica-o para a pôr conforme e até mesmo mais perto do algoritmo usual procedendo da direita para a esquerda. Várias crianças desafiaram simultaneamente a explicação.

Jameel: (Saltando do seu lugar e apontando para o ecrã.) Sr. K. Isso é 20. Isso é 20.
Rick: (Simultaneamente) Un-Uh. Isso é 25.
Vários alunos: Isso é 25. Isso é 25. Ele está falando sobre aquilo.
Jameel: Dez. Dez. Isso é pegar um 10 aqui mesmo ... (caminhando para o ecrã do retroprojector e apontando para os números à medida que fala). Este 10 e 10

	(apontando para as unidades na coluna das dezenas). Isso é 20 (apontando para o 2 na coluna das dezenas).
Professor:	Certo.
Jameel:	E este é 5 mais e é 25.
Professor:	Está certo. É 25.

Tanto o desafio de Rick de que a resposta deveria ser expressa como 25, em vez de dois únicos dígitos como o desafio de Jameel que as unidades significam 10s e os dois significam 20 contribuem para estabelecer a norma sociomatemática que as explicações devem descrever acções sobre objectos matemáticos. Além disso, reconhecendo os desafios e aceitando a clarificação de Jameel, o professor legitimou a negociação contínua do que é aceitável como uma explicação nesta sala de aula.

Como um acto comunicativo, a explicação assume uma posição partilhada (Rommetveit, 1985). Por conseguinte, o que constitui uma explicação aceitável é constrangido pelo que o orador e os ouvintes consideram como partilhado. Mas, como os anteriores exemplos mostram, o que é considerado como partilhado é em si próprio estabelecido durante discussões na turma. Além disso, as nossas análises de discussões ao longo do ano lectivo documentam que o que é considerado como partilhado matematicamente evolui à medida que o ano progride. Aqui, a clarificação de Jameel assume que os actos conceptuais de decompor 12 em 10 e 2 e de decompor 13 em 10 e 3 são partilhados por outros alunos. Entrevistas individuais realizadas com todas as crianças da turma pouco antes deste episódio ocorrer indicam que para vários alunos este não era o caso. Assim, embora a explicação de Jameel tornasse possível para ele orientar a sua própria compreensão da actividade de Travonda, pode ter sido inadequada para outros.

Explicações como objectos de reflexão

Quando os alunos começam a considerar a adequação de uma explicação para os outros mais do que simplesmente para eles próprios, a explicação em si torna-se objecto explícito de discurso (Feldman, 1987). Durante discussões de sala de aula, é tipicamente da responsabilidade do professor fazer julgamentos implícitos sobre até que ponto os alunos levam algo como partilhado e facilitar a comunicação explicando a necessidade de mais explicação. À medida que se desenvolve a compreensão dos alunos do que é uma explicação aceitável, eles podem assumir também este papel. Para fazer isto, eles devem ir além de dar sentido a uma explicação por eles próprios fazendo julgamentos acerca de como outras crianças poderiam dar sentido a essa explicação. Isto envolve uma mudança de participar numa explicação para tomar a própria explicação um objecto de reflexão. Esta mudança no pensamento dos alunos é análoga à mudança entre processo e objecto que Sfard (1991) descreve para concepções matemáticas. Da mesma forma que ser capaz de ver uma entidade matemática como um objecto assim como com um processo indica uma compreensão mais profunda dessa entidade matemática, assumir uma explicação como um objecto de reflexão indica uma compreensão mais profunda do que constitui a explicação.

O exemplo seguinte clarifica a mudança no pensamento que acompanha o foco na explicação em si própria como um objecto. O episódio aconteceu perto do fim do ano lectivo.

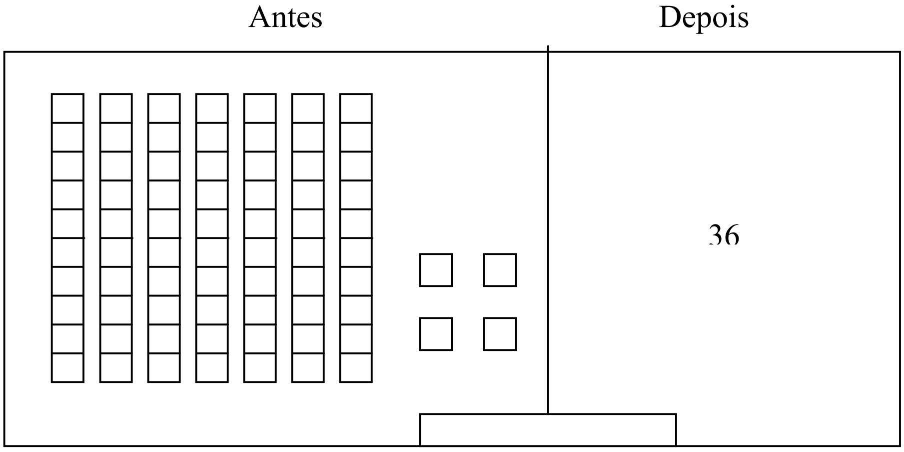

Figura 2 - Tarefa problemática tal como apresentada na folha de actividades do aluno

Exemplo 6: Daria e Donna usam centicubos[4] no retroprojector para explicar a solução do problema apresentado na Figura 2.

A tarefa é calcular quanto devemos adicionar ou subtrair ao que é mostrado "antes" para obter o que é mostrado "depois". As alunas tinham chegado a 38 como resposta durante o trabalho em pequeno grupo. Para descrever a sua solução à turma, elas colocaram primeiro 74 centicubos no retroprojector, usando sete tiras de dez (tiras) e quatro cubos individuais (quadrados).

Daria: Nós tirámos estes 40 (aponta para quatro tiras que o professor então remove). Ficando 34. Oh, (para o professor) reponha 10. (O professor repõe um das tiras.) 35, 36 (apontando para dois dos cubos na tira adicional).

Na nossa experiência, soluções puramente conceptuais para tarefas deste tipo requerem em parte raciocínio com dezenas e unidades. Isto parece estar além das presentes

[4] Cubos de madeira com 1 cm de aresta.

capacidades conceptuais de muitos alunos do 2º ano de escolaridade, e eles precisam de usar materiais manipulativos ou visuais para resolver as tarefas e compreender as explicações dos outros. Porém, a tira (de 10 unidades) que as alunas apontaram quando disseram, "35, 36" apareceu como um único objecto no ecrã do retroprojector. Só aquelas crianças que estavam a olhar directamente para os materiais postos no retroprojector poderiam ver as 10 unidades que compunham a tira. O material visual disponível para as alunas darem uma explicação e para as crianças ouvirem a explicação, excepto para aqueles alunos que se sentam próximos do retroprojector, não era o mesmo. Este ponto subtil, mas significativo, é indicado pela questão de Jameel.

Jameel: Como - Espere, eu tenho uma questão.
Professor: Espera um minuto, considera que -
Jameel: Ei, Sr. K. Se - Como pode ela saber, se você mostra dois. Como pode a outra pessoa ver se ela faz assim quando ela disse 44, 45, 46? Como pode ela saber que eram duas tiras, eu quero dizer como elas podiam saber que eram dois quadrados assim? (Jameel parece enganar-se quando diz 44, 45, 46 em vez de 34, 35, 36.)
Toni: Porque elas conseguem ver isso.
Rick: Não, nós não conseguimos. Nós não conseguimos ver isso.

A questão de Jameel inicia uma mudança na discussão da solução do problema para a adequabilidade e clareza da explicação. À primeira vista, pode parecer que o seu desafio refere-se simplesmente ao uso dos materiais manipuláveis. Porém, as respostas de Toni e Rick e a discussão subsequente clarificam que a questão é a coordenação de dezenas e unidades. A reacção de Toni é interessante, transmitindo o que sabemos sobre as suas possibilidades conceptuais. Ela é uma das crianças que precisariam de ter materiais manipulativos ou visuais para resolver o problema. Porém, ela, como Jameel, estava sentada próxima do retroprojector, e olhou para o que Daria estava apontando de facto em vez de olhar para o que era visível no ecrã do retroprojector. Porém, Rick é uma das crianças que eram capazes de resolver o problema sem usar materiais manipuláveis. O seu "Não, nós não conseguimos. Nós não conseguimos ver isso", indica que ele partilha da compreensão de Jameel de que a explicação de Daria não clarificou que a tira pode ser pensada como 10 unidades.

O episódio continua quando as alunas perguntam se há outras questões. Jameel insiste que a explicação requer elaboração, e as alunas explicam a sua solução novamente. Agora, Daria remove 38 cubos numa tentativa de demonstrar a sua solução. Ela remove três tiras e os quatro cubos individuais e tira quatro cubos adicionais de um das tiras restantes, deixando seis cubos ligados.

Alunos: Põe esses (tira de seis) à parte.
Professor: Põe esses à parte.

As alunas separam os seis cubos que estavam ligados, tornando possível a todos os alunos vê-los individualmente e assim contá-los. Finalmente, Daria conta para verificar que há 36, apontando à medida que conta, "10, 20, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36". Esta explicação final fornece a explicação solicitada por Jameel.

O episódio precedente é significativo porque mostra que pelo menos alguns dos alunos foram mais além tentando dar sentido a uma explicação e consideram até que ponto poderia ser compreensível a outros alunos da turma. A crítica de Jameel à explicação não era aquela que não fez sentido para ele. Mais exactamente, era que aqueles que não puderam ver as 10 unidades na tira de 10 poderiam não ser capazes de dar sentido a isso. A questão de Jameel mudou o foco da discussão da solução do problema para a adequabilidade da explicação. Fazendo isto, ele tornou a explicação em si própria um objecto de reflexão para os outros alunos da turma como também para si próprio.

Autonomia intelectual

O desenvolvimento da autonomia intelectual e social é o principal objectivo no presente movimento de reforma educacional, em geral, e no movimento de reforma em educação matemática, em particular (National Council of Techers of Mathematics, 1989). Nesta consideração, a reforma está de acordo com Piaget (1948/1973), para quem o propósito principal da educação é a autonomia. Uma análise anterior mostra que um dos benefícios de estabelecer as normas sociais implícitas na abordagem inquiridora do ensino da Matemática é que elas contribuem para o desenvolvimento de *autonomia social* nas crianças (Cobb et al., 1991; Cobb, Yackel, & Wood, 1989; Kamii, 1985; Nicholls, Cobb, Wood, Yackel, & Patashnick, 1990). Porém, é a análise de *normas sociomatemáticas* implícitas na tradição da matemática inquiridora que clarifica o processo pelo qual os professores ajudam ao desenvolvimento da autonomia intelectual.

Neste relato, a concepção de autonomia como uma característica do indivíduo independente do contexto é rejeitada. Em vez disso, a autonomia é definida com respeito à participação dos alunos nas práticas da comunidade de sala de aula. Em particular, alunos que são intelectualmente autónomos em Matemática estão conscientes das suas próprias capacidades intelectuais e utilizam-nas quando tomam decisões matemáticas e fazem julgamentos à medida que participam nestas práticas (Kamii, 1985). Estes alunos podem ser contrastados com aqueles que são intelectualmente não-autónomos e que confiam nas declarações de uma autoridade para saber agir adequadamente. A ligação entre o crescimento da autonomia intelectual e o desenvolvimento de uma tradição de matemática inquiridora torna-se notória quando observamos que, em tal aula, o professor conduz o desenvolvimento de uma comunidade de validadores e assim encoraja a devolução da responsabilidade. Porém, os alunos podem assumir algumas das responsabilidades tradicionais do professor apenas na medida em que tenham construído modos pessoais de julgar que lhes permitam saber em acção quando é apropriado dar uma contribuição matemática e o que é que constitui uma contribuição matemática aceitável. Isto requer, entre outras coisas, que os alunos possam julgar o que é considerado como uma solução diferente, uma solução perspicaz, uma solução eficaz, e uma explicação aceitável. Mas, como temos tentado ilustrar ao longo deste artigo, estes são os tipos de julgamentos que o professor e os alunos negociam ao estabelecer normas sociomatemáticas que caracterizam uma tradição de matemática inquridora. No processo, os alunos constróem especificamente crenças e valores matemáticos que ajudam a formar os seus julgamentos. Por exemplo, o desafio de Jameel de que "um e um são dois" significa "dez e dez são vinte" ilustra que os alunos são capazes de fazer julgamentos acerca do que é matematicamente apropriado. Além disso, o desafio de Jameel indica que ele tinha desenvolvido a convicção de que as explicações matemáticas deveriam descrever acções sobre objectos matemáticos experiencialmente reais. Exemplos como este mostram que é precisamente porque os alunos podem fazer julgamentos pessoais deste tipo com base nas suas crenças e valores matemáticos que eles podem participar como membros crescentemente autónomos de uma comunidade de inquirição matemática.

Significado

A noção de normas sociomatemáticas que apresentamos neste artigo é importante porque dá a conhecer um modo de analisar e falar sobre os aspectos *matemáticos* da actividade de professores e alunos na aula de Matemática. Esta é uma extensão significativa do trabalho anterior sobre normas sociais em salas de aula em geral pois clarifica aspectos da actividade de professores e alunos que sustentam uma atmosfera de sala de aula conducente à resolução de problemas e inquirição. Estas normas sociomatemáticas são aspectos intrínsecos da microcultura da aula de Matemática. Contudo, embora elas sejam específicas da Matemática, atravessam as áreas de conteúdo matemático lidando com qualidades matemáticas de soluções, como as suas semelhanças e diferenças, sofisticação, e eficiência. Adicionalmente, envolvem modos de julgar o que é considerado como uma explicação matemática aceitável.

Também tentámos demonstrar que estas normas não são critérios predeterminados introduzidos na sala de aula a partir do exterior. Em vez disso, estas compreensões normativas são permanentemente regeneradas e modificadas pelos alunos e professor através das suas interacções. Quando os professores ganham experiência numa abordagem inquiridora no ensino da Matemática, é possível que tenham antecipadamente ideias claras acerca normas que desejam encorajar. Até mesmo em tais casos estas normas são, necessariamente, constituídas interactivamente por cada comunidade de sala de aula. Por conseguinte, as normas sociomatemáticas constituídas podem diferir substancialmente de uma sala de aula para outra. Para os objectivos deste artigo, discutimos o desenvolvimento de normas sociomatemáticas em salas de aula que geralmente seguem uma forma inquiridora de ensino. Como mostrámos, no processo de negociação de normas sociomatemáticas, os alunos nestas aulas construíram activamente convicções pessoais e valores que lhes permitem ser crescentemente autónomos em Matemática.

A noção de normas sociomatemáticas também é importante para clarificar o papel do professor como representante da comunidade matemática. A questão do papel do professor em salas de aula que tentam desenvolver uma prática consistente com a ênfase da reforma actual na resolução de problemas e inquirição é um dos debates actuais (Clement, 1991). Muitos professores assumem que é esperado que assumam um papel passivo (P. Human, comunicação pessoal, Agosto de 1994). Porém, questionamos esta posição. Como afirmámos previamente,

> A conclusão que os professores não deveriam tentar influenciar os esforços construtivos dos alunos parece indefensível, dada a nossa posição de que a Matemática pode ser vista como uma prática social ou um projecto comunitário. Da nossa perspectiva, a sugestão de que os alunos podem ser deixados a si próprios para construir os modos matemáticos de saber compatíveis com os da sociedade em geral é uma contradição nos seus termos (Cobb, Yackel, & Wood, 1992, pp. 27-28)

Neste artigo tentámos clarificar um aspecto crítico do papel do professor para influenciar os aspectos matemáticos do conhecimento construído pelas crianças. A este respeito, as ideias dadas a conhecer neste artigo são potencialmente úteis na formação inicial e contínua de professores. Por exemplo, numa recente experiência de ensino numa sala de aula do projecto, a noção de normas sociomatemáticas influenciou as discussões entre o investigador e o professor. Em particular, a questão do que constitui uma solução matematicamente eficaz tornou-se um foco explícito nas discussões com o professor e na própria sala de aula. No processo, o nível de discurso e a aprendizagem individual das crianças progrediu (Cobb, Boufi, McClain, & Whitenack, a publicar).

A análise de normas sociomatemáticas indica que o professor desempenha um papel central no estabelecimento de um ambiente de sala de aula com qualidade matemática e no estabelecimento de normas para aspectos matemáticos da actividade dos alunos. Isto realça o significado das próprias crenças e valores matemáticos pessoais do professor e o seu próprio conhecimento e compreensão matemática. Deste modo, é sublinhado o papel crítico e central do professor como representante da comunidade matemática.

Referências

Bauersfeld, H. (1988). Interaction, construction, and knowledge: Alternative perspectives for mathematics education. In T. Cooney & D. Grouws (Eds.), *Effective mathematics teaching* (pp. 27-46). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics/Erlbaum.

Bauersfeld, H. *(1993,* March). Teachers pre and in-service education for mathematics teaching. *Seminaire sur la Representaflon,* No. *78,* CIRADE, Université du Québec à Montreal, Canada.

Bauersfeld, H., Krummheuer, G., & Voigi, J. *(1988).* Interactional theory of learning and twching mathematics and related rnicroethnographical studies. In H. G. Steiner & A. Vermandel (Eds.), *Foundations and methodology of the discipline of mathematics education (pp. 174-188).* Antwerp: Proceedings of the Theory of Mathematics Education Conference.

Blumer, H. (1969). *Symbolic interactionism.* Engelwood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Carpenter, T. P., Ansell, E. Franke, M. L., Fennema, E., & Weisbeck, L. *(1993).* Models of problem solving: A study of kindergarten children's problem-solving processes. *Journal for Research in Mathematics Education,24, 427-440.*

Clement, J. (1991). Constructivism in the classroom [Review of the book *Transforming children's mathematics education: International perspectives]. Journal for Research in Mathematics Education, 22, 422-428.*

Cobb, P. (1990). Multiple Perspectives. In L. P. Steffe & T. Wood (Eds.), *Transforming children's mathematics education: International perspectives* (pp. 200-215). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Cobb, P., & Bauersfeld, H. (Eds.). *(1995). Emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures.* Hillsdale, NJ: Erlbaum,

Cobb, P., Botifi, A., McClain, K. & Whiteriack, J. (in press). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research in Mathematics Education.*

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., & McNeal, B. *(1992).* Characteristics of classroom mathematics traditions: An interactional analysis. *American Educational Research Journal, 29, 573-604.*

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., Nicholls, J., Wheatley, G., Trigatti, B., & Perlwitz, M. *(1991).* Assessment of a problem-centered second-grade mathematics project. *Journal for Research in Mathematics Education, 22. 3-9.*

Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. *(1989),* Young children's emotional acts while doing mathematical problem solving. In D. B. McLeod & V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving. A new perspective* (pp. 117-148). New York, NY: Springer-Verlag.

Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1992*). A* constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education. 23, 2-33.*

Davis, P. L, & Hersh, R. *(198 1). The mathematical experience.* Boston: Houghton Mifflin.

Eisenhart, M. A. *(1988).* The ethnographic research tradition and mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education, 19, 99-114.*

Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. in M. C, Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (3rd ed.) (pp, 119-161). New York, NY: Macmillan.

Feldman, C. F. (1987).Thought from language: The linguistic construction of cognitive representations. In J. Bruner & H. Haste (Eds.), *Making sense: The child s constn4citoiz of the world (pp.* 131-162). London: Methuen.

Greeno, J. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education, 22,* 170~218.

Kamii, C. (1985). Young *children reinvent arithmetic: Implications of Piaget's theory.* New York: Teachers College Press.

Kamii, C. (1994). *Young children continue to reinvent arithmetic-3rd grade: Implications of Piaget's theory.* New York, NY: Teachers College Press.

Krummheuer, G. (1983). Das arbeitsinterim im mathematikunterricht [The working interim in mathematics classrooms]. In H. Bauersfeld (Ed.) *Lernen und lehren von mathematik. Analysen zum unterrichishandeln* (pp: 57-106). Koln, Germany: Aulis.

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal, 27,* 29-63.

Leiter, K. (1980). *A primer on ethnomethodology.* New York, NY: Oxford University Press.

Mehan, H., & Wood, H. (1975). *The reality of ethnomethodology.* New York, NY: John Wiley.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics.* Reston, VA: Author.

Nicholls, J., Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., & Patashnick, M. (1990). Dimensions of success in mathematics: individual and classroom differences. *Journal for Research in Mathematics Education, 21,* 109-122.

Piaget, J. (1973). *To understand is to invent.* New York, NY: Grossman. (Original work published 1948)

Resnick, L. B. (1989). *Knowing, learning, and instruction.* Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Richards, J. (1991). Mathematical discussions. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Constructivism in mathematics education (pp.* 13-52). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Rommetveit, R. (1985). Language acquisition as increasing linguistic structuring of experience and symbolic behavior control. In J. V. Wertsch (Ed.), *Culture, communication, and cognition (pp.* 183-205). Cambridge: Cambridge University Press.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22,* 1-36.

Thompson, A. G.. Philipp, R. A., Thompson, P. W., & Boyd, B. (1994). Calculational and conceptual orientations in teaching mathematics. In D. Aichele & A. F. Coxford (Eds.), *Professional development of teachers of mathematics* (pp. 79-92). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Voigt, J. (1985). Patterns and routines in classroom interaction. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 6,* 69-118.

Voigt, J. (1989). The social constitution of the mathematics province: A microethnographical study in classroom interaction. *Quarterly Newsletter of the Laboratory of Comparative Human Cognition,* 11(1 & 2), 27-34.

Voigt, J. (1992, August). *Negotiation of mathematical meaning in classroom practices.. Social interaction and learning mathematics.* Paper presented at the Seventh International Congress on Mathematical Education, Quebec City.

Voigt, J. (1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *Emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 163-20 1). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

von Glasersfeld, E. (1984). An introduction to radical constructivism. In P. Watzlawick (Ed.), *The invented reality* (pp. 17-40). New York, NY: Norton.

Wood, T., Cobb, P., & Yackel, E. (1991). Change in teaching mathematics: A case study. *American Educational Research Journal, 28, 5* 87-616.

Yackel, E. (1992, August). *The evolution of second grade children's understanding of what constitutes an explanation in a mathematics class.* Paper presented at the Seventh International Congress of Mathematics Education, Quebec City

Yackel. E., Cobb, P , & Wood, T. (1991). Small-group interactions as a source of learning opportunities in second-grade mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 22,* 390-408.

Yackel, E., Cobb, P. & Wood. T. (in press). The interactive constitution of mathematical meaning in one second grade classroom: An illustrative example. *Journal of Mathematical Behavior.*