

EXPLORANDO RELAÇÕES FUNCIONAIS NO 8º ANO:
UM ESTUDO SOBRE O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

PROPOSTA PEDAGÓGICA – TAREFAS

ANA MATOS

Lisboa, 22 de Abril de 2006

Mestrado em Educação
Área de Especialização em Didáctica da Matemática
2004/2006

ÍNDICE

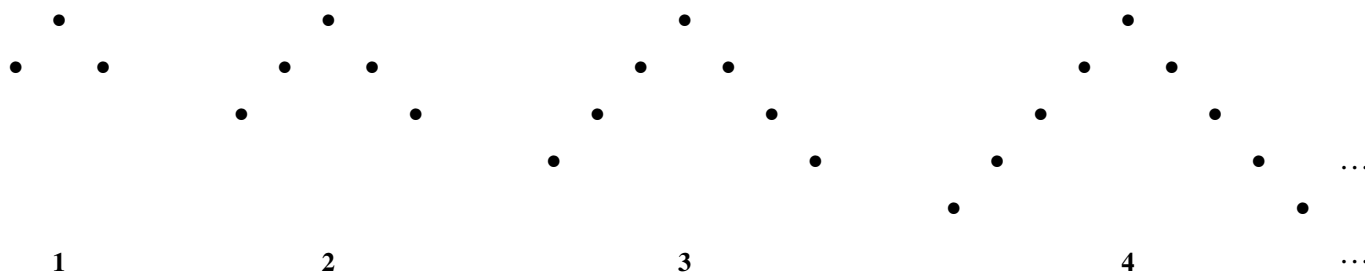
Índice	<i>i</i>
Tarefa 1 – Voo em “V”	1
Tarefa 2 – Observando a variação... ..	3
Tarefa 3 – O que escondem os gráficos?	6
Ficha de avaliação nº 1	7
Tarefa 4 – Gasóleo em promoção – 1ª Parte	9
Tarefa 5 – Gasóleo em promoção –2ª Parte	11
Tarefa 6 – Passeio a pé	14
Tarefa 7 – As gémeas misteriosas	15
Teste de avaliação.....	17
Tarefa 8 – Um muro no jardim.....	21
Ficha de avaliação nº 2	23
Referências	25

Tarefa 1 – Voo em “V”

Certamente já repararam que algumas espécies de aves migratórias voam em bando, formando uma configuração em V. Este tipo de organização poderá ser uma estratégia encontrada por estas espécies para facilitar o voo e poupar energia. Não é, pois, de admirar que diversas equipas de cientistas se tenham dedicado a investigar este tipo de organização, procurando compreender as vantagens que podem surgir da aplicação deste conhecimento da natureza à aviação. Cabe-vos agora o papel de investigadores...



Na sequência que se segue, cada figura representa um bando, cada ponto simboliza uma das aves que lhe pertence e, de figura para figura, o número de aves vai sempre aumentando. Em seguida estão representadas, as primeiras quatro figuras desta sequência:



1. Descrevam de que modo podemos construir a figura número 5? Quantos pontos terá, no total? O que podem dizer quanto às figuras 6 e 7?

Tarefa 2 – Observando a variação...

1. Observem as sequências que se seguem e completem os espaços em branco com o(s) termo(s) que estão em falta:

- a) 1, 2, 3, ... , 5, 6, 7, ...
- b) 2, 4, 6, ... , 10, 12, 14, ...
- c) 1, 3, 5, ... , 11, 13, ...
- d) 3, 6, 9, 12, ...
- e) 1, 4, 9, ... , 49, ...
- f) 2, 4, 8, 16, ..., 128, ...
- g) 5, 25, 125, 625, ...
- h) 1, 8, 27, ... , 125, ...

1.1. Representem cada uma das sequências anteriores preenchendo as tabelas que se seguem e registem todas as regularidades que conseguirem encontrar.

a)

Ordem										...	n
Termo										...	

Ordem										...	n
Termo										...	

c)

Ordem										...	n
Termo										...	

Ordem										...	n
Termo										...	

e)

Ordem										...	n
Termo										...	

Ordem										...	n
Termo										...	

g)

Ordem										...	n
Termo										...	

Ordem										...	n
Termo										...	

1.2. Completam a coluna sombreada, em cada uma das tabelas anteriores, com a regra geral que permite encontrar qualquer termo de cada uma das sequências (ou seja, a sua lei de formação).

1.3. O número 81 é, simultaneamente, um termo de cada uma das sequências das alíneas c), d) e e). Usando a respectiva lei de formação, determinem a ordem a que corresponde este termo, em cada uma delas.

1.4. Usando uma folha quadriculada, representem graficamente as sequências anteriores e analisem, a partir do gráfico, o modo como vão variando os seus termos, em cada uma delas.

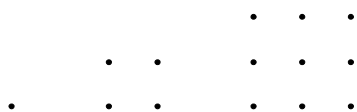
2. Na figura seguinte estão representados diversos **números figurados**.

- a) para cada uma destas sequências, representem as próximas três figuras;
- b) escrevam uma sequência de números que possa estar associada a cada sequência de figuras;
- c) descrevam a lei de formação de cada uma dessas sequências de números.

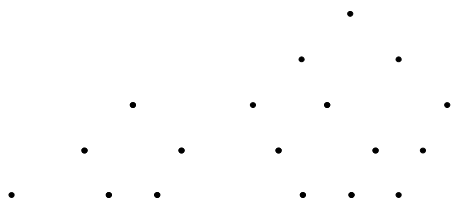
Números triangulares



Números quadrados



Números pentagonais



3. Observem as duas seqüências que se seguem:

a) $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$

b) $1000, 100, 10, \dots$

3.1. Descrevam a lei de formação de cada uma das seqüências apresentadas.

3.2. Descubram qual é o 20º termo de cada uma das seqüências anteriores.

Tarefa 3 – O que escondem os gráficos?

Fig. 1

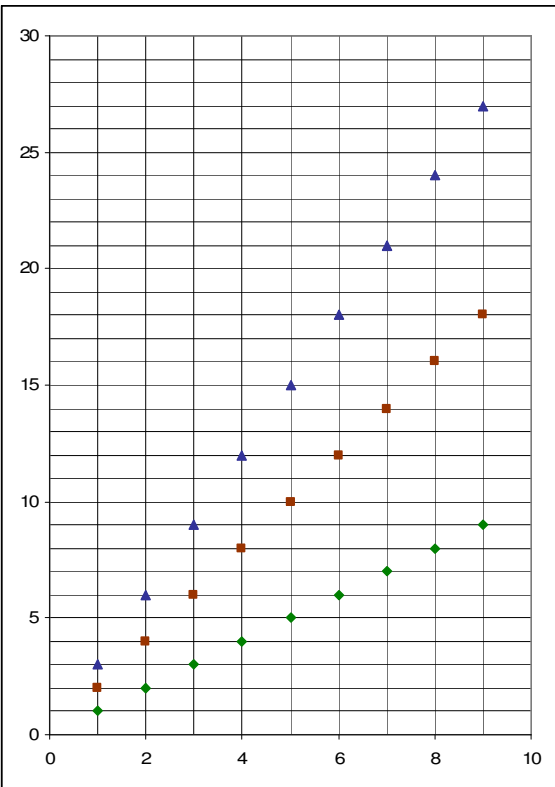


Fig 2

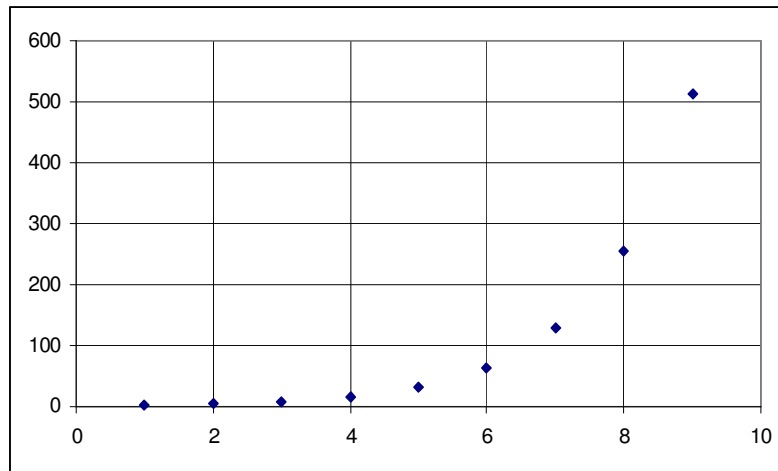


Fig. 4

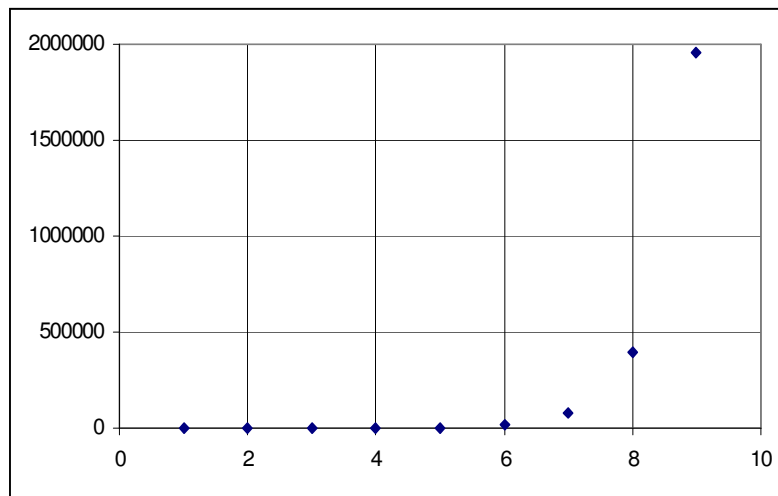


Fig. 3

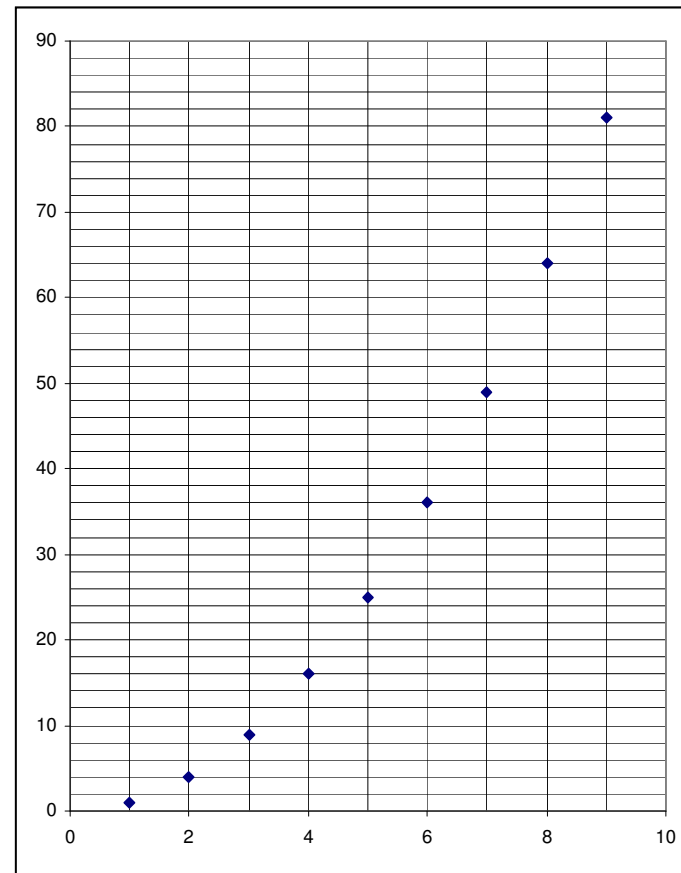
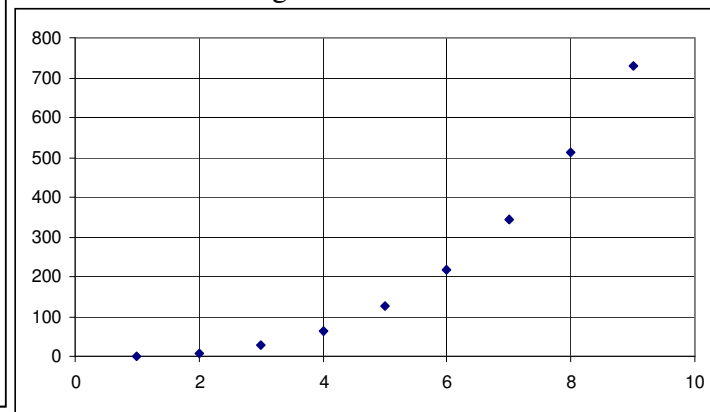


Fig. 5



ESCOLA SECUNDÁRIA

Disciplina: Matemática

Professora: Ana Matos

2º Período

15 / 02 / 2006

Ficha de avaliação nº 1 – 8º Ano – Turma: _____

Nome: _____

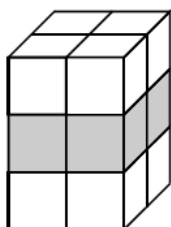
N.º: _____

Nome: _____

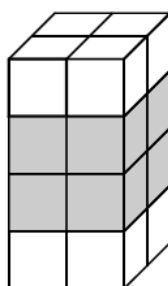
N.º: _____

Enc. de Educação: _____ A professora: _____ Classificação: _____

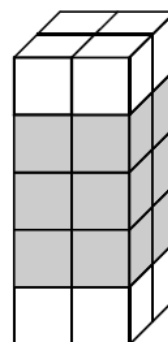
1. Observem a seguinte sequência de prismas:



Prisma 1



Prisma 2



Prisma 3

Cada prisma obtém-se empilhando cubos do mesmo tamanho, brancos e cinzentos, segundo a regra sugerida na figura.

1.1. Para construir o prisma 4 desta sequência, quantos cubos cinzentos são necessários?

1.2. Quantos cubos cinzentos terá o prisma 200? Apresentem todo o vosso raciocínio.

1.3. Indiquem uma expressão geral que represente o número de cubos cinzentos em qualquer prisma da sequência.

1.4. Justifiquem que a afirmação que se segue é verdadeira.

“O número total de cubos (brancos e cinzentos) necessários para construir qualquer prisma desta sequência é par.”

1.5. Se x representasse o número total de cubos (brancos e cinzentos) de um prisma desta sequência, qual das expressões seguintes poderia representar o número de cubos cinzentos desse prisma. Justifiquem a vossa escolha.

$x - 8$

$2x - 4$

$4x$

$x - 4$

2. Considerem a sequência definida por:

$$n \rightarrow 5n - 4.$$

2.1. Determinem os primeiros 4 termos desta sequência e indiquem as regularidades que nela encontram.

2.2. O número 2951 é termo desta sequência? Justifiquem a vossa resposta.

Tarefa 4 – Gasóleo em promoção – 1ª Parte

O preço de cada litro de gasóleo vai-se alterando, diversas vezes, ao longo do tempo, de acordo com a situação económica internacional, deixando confusos os consumidores...



Durante a segunda quinzena do mês de Janeiro de 2006, o preço médio do gasóleo foi de 1,1 €/litro. O Sr. Antunes resolveu fazer as suas contas, usando este valor, para estimar quanto gastaria em gasóleo, durante esse mês. Vamos ajudá-lo nesta tarefa?

1. O preço total a pagar depende do número de litros de gasóleo adquiridos. Elabora uma tabela que traduza, em alguns casos concretos, a relação entre as duas grandezas variáveis.
2. Descreve o modo como variam as duas grandezas.
3. O que sucede quando dividimos o preço total a pagar pelo número de litros adquiridos, em cada um dos casos? Que significado real tem este facto?
4. Usando a grelha que te é fornecida, representa graficamente a relação entre o número de litros de gasóleo adquiridos e o preço total a pagar pelo Sr. Antunes.

Tarefa 5 – Gasóleo em promoção –2ª Parte

O Sr. Moreira, encontra-se numa situação semelhante à do Sr. Antunes, mas possui um talão desconto, no valor de 2,5 €, fornecido por uma cadeia de lojas onde é cliente.

1. O preço total a pagar, após o desconto, depende do número de litros de gasóleo adquiridos. Elabora uma tabela que ilustre, em alguns casos concretos, a relação entre as duas grandezas.
2. Descreve o modo como variam as duas grandezas.
3. O que sucede quando dividimos o preço total a pagar, após o desconto, pelo número de litros adquiridos, em cada um dos casos?
4. Usando a grelha que te é fornecida, representa graficamente a relação entre o número de litros de gasóleo adquiridos e o preço total a pagar pelo Sr. Moreira, após o desconto.
5. Quanto pagaria, com este desconto, o Sr. Moreira, se adquirisse 600 litros de gasóleo durante o mês de Janeiro?

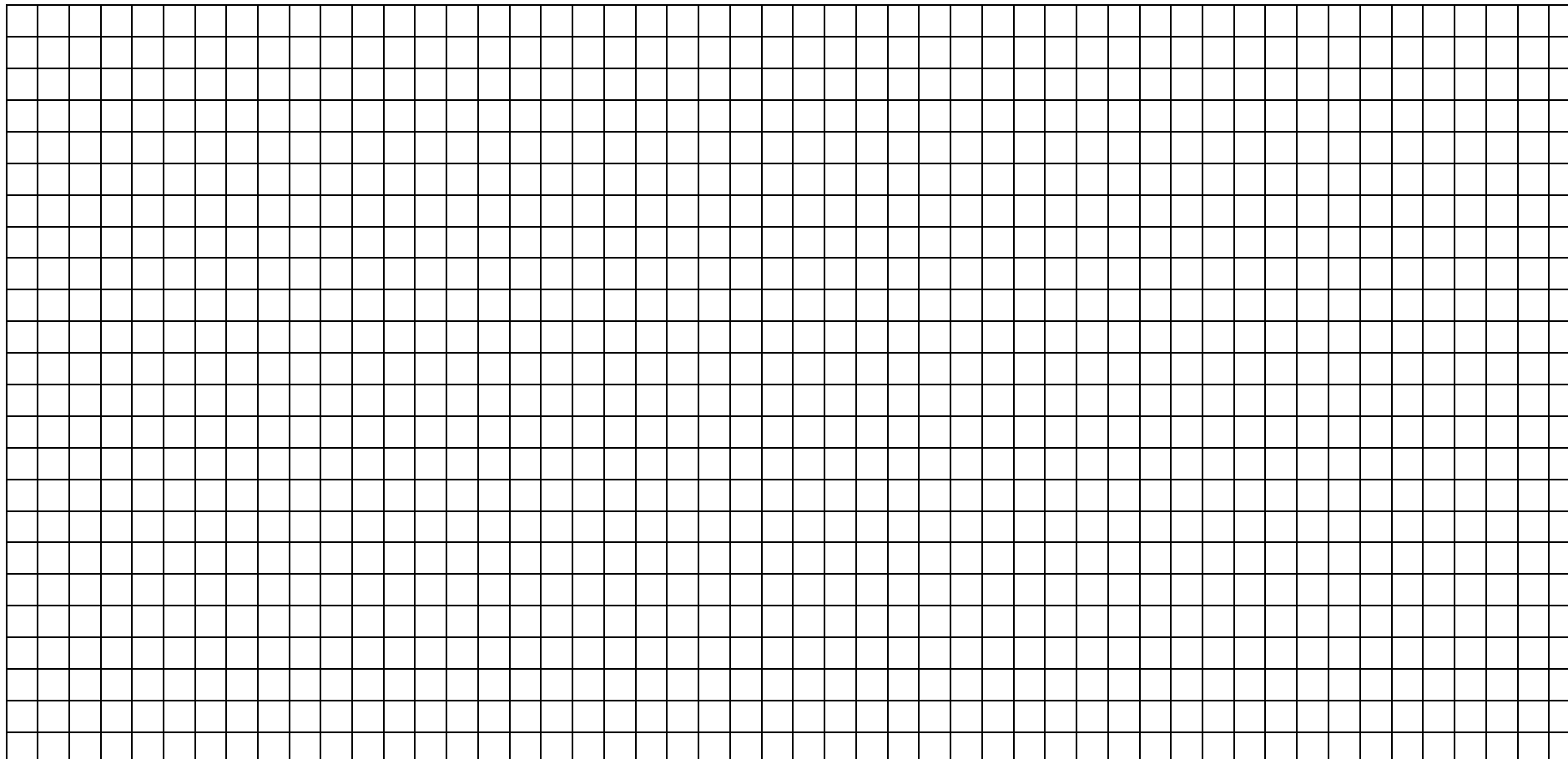
6. Encontra uma expressão geral que permita calcular o preço total a pagar por qualquer número de litros de gasóleo, nesta situação.

Questão adicional, para reflexão:

Observa o gráfico que traçaste na pergunta 4., relativo à situação do Sr. Moreira. Que significado tem, na realidade, o valor que marcaste correspondente a zero litros adquiridos? Que conclusões podes retirar?

Anexo ____

Gráficos relativos ao Sr. Antunes e ao Sr. Moreira



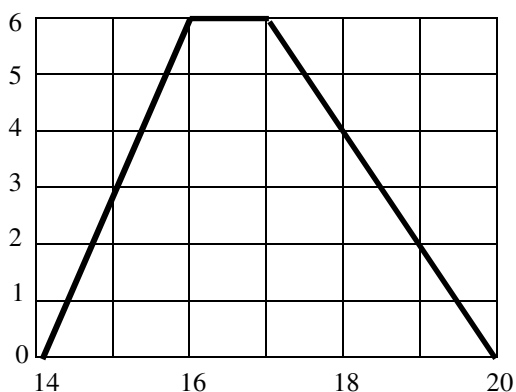
Tarefa 6 – Passeio a pé

Observem os quatro gráficos que se seguem e, com base na informação que todos eles transmitem, escrevam uma história sobre o passeio a pé do José e da Mariana.

JOSÉ

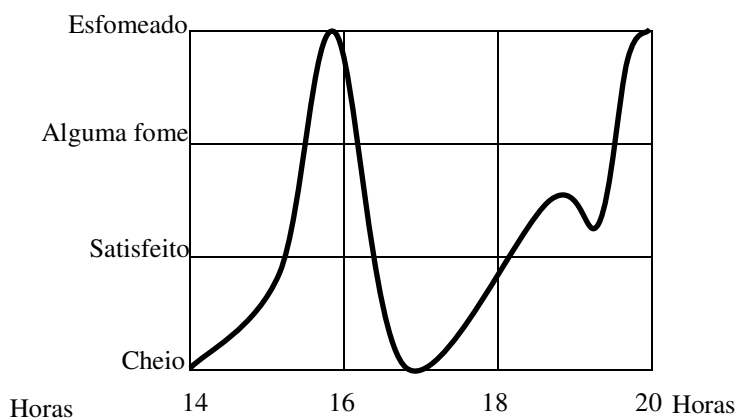
Distância a casa vs Tempo

Distância a casa (em Km)



Fome vs Tempo

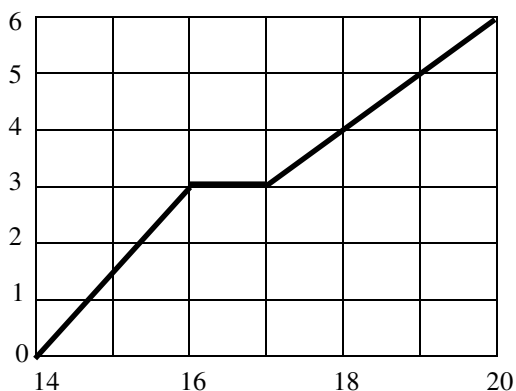
Estado



MARIANA

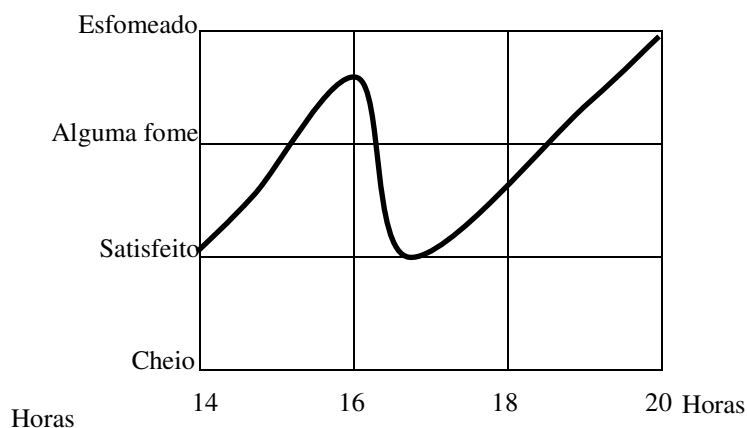
Distância a casa vs Tempo

Distância a casa (em Km)



Fome vs Tempo

Estado



Tarefa 7 – As gémeas misteriosas

1. A Joana e a Filipa são gémeas e resolveram começar a coleccionar calendários, formando duas colecções individuais. As duas irmãs gostam de inventar mistérios e de propor a sua resolução aos seus amigos. Por isso, resolveram dizer a todos:



Qual das duas irmãs terá mais calendários na sua colecção? Justifiquem a vossa resposta, apresentando todo o raciocínio de forma organizada.

2. O Pedro é o irmão mais velho das gémeas. Todos juntos, pensaram efectuar um passeio de bicicleta até à praia, onde passariam a tarde. Como teriam que viajar em fila e quem vai à frente sofre um desgaste físico maior, combinaram o seguinte:

- o Pedro faria metade do percurso à frente;
- a Filipa faria o terço seguinte;
- a Joana faria os últimos km do percurso.

2.1. Os três irmãos não sabiam qual era a distância exacta entre a sua casa e a praia onde pretendiam ir, mas pensavam que seria, certamente, inferior a 40 km.

Analistem, em casos concretos, quantos km terão sido percorridos, por cada um dos irmãos, na frente do grupo.

2.2. Que relação existe entre a distância percorrida pela Joana à frente do grupo e o número total de km do percurso que pretendem efectuar? Justifiquem a vossa resposta.

3. Já na praia, os três irmãos resolveram lanchar e descansar um pouco do percurso que tinham efectuado. Foi então que as gémeas propuseram ao Pedro o desafio que encontraram num livro, sobre a vida de um importante matemático chamado Diofanto.

“Ao longo de toda a sua vida, Diofanto passou a sexta parte da sua vida na juventude, um duodécimo na adolescência e um sétimo casado e sem filhos. N passariam ainda cinco anos até nascer o seu primeiro filho, que acabou por viver apenas metade de toda a vida de seu pai. Diofanto passou os quatro últimos anos da sua vida distraído a sua dor com o estudo da ciência dos números.”

Ajudem os três irmãos a descobrir quantos anos terá vivido Diofanto.

ESCOLA SECUNDÁRIA
 Disciplina de Matemática
 Professora: Ana Matos

2º Período

Março de 2006

TESTE DE AVALIAÇÃO
 8ºano

Nome: _____ N.º: ____ Ano: ____ Turma: ____
 Enc. de Educação: _____ A professora: _____ Classificação: _____

1. Observa a sequência que se segue, construída com fósforos (cada fósforo é uma unidade):

Exemplo: Figura 1

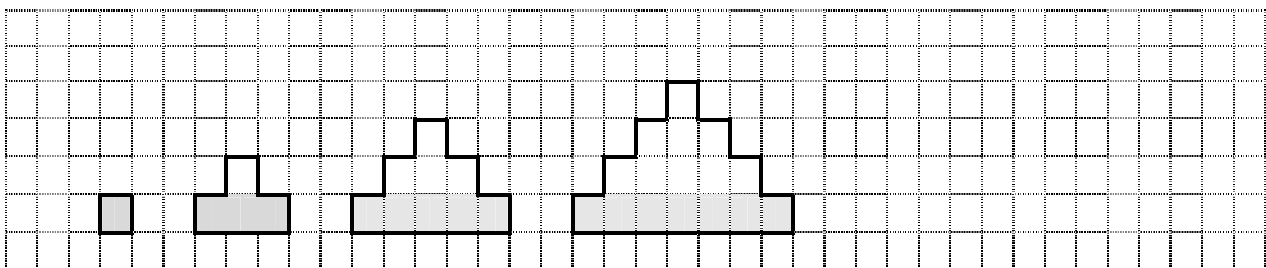


Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

1.1. Representa, no quadriculado acima, a 5ª figura desta sequência.

1.2. À sequência de figuras apresentada podemos associar várias sequências numéricas. Preenche as três tabelas seguintes, completando todos os espaços em branco. Apresenta os cálculos que tiveres de efectuar e o modo como pensaste.

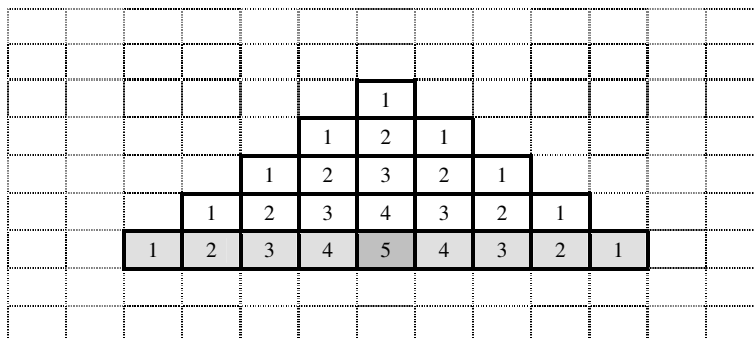
Sequência A	
Fig.	Perímetro
1	
2	10
3	
4	
5	
...	...
10	
...	...
	718
...	...
450	
...	...
n	$6n - 2$

Sequência B	
Fig.	Nº de quadrados na base
1	
2	
3	5
4	
5	
...	...
10	
...	...
	71
...	...
300	
...	...
n	

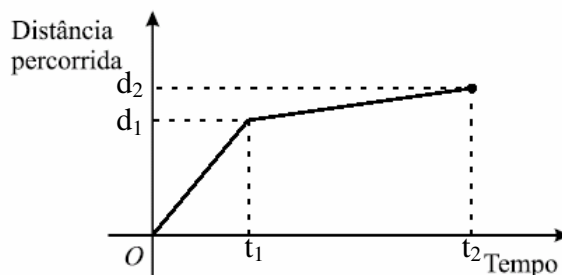
Sequência C	
Fig.	Nº total de quadrados
1	1
2	
3	
4	
5	
...	...
10	
...	...
	196
...	...
30	
...	...
n	

1.3. Existirá, nesta sequência, uma figura cujo perímetro seja igual a 180 unidades? Justifica.

2. Uma torre como as anteriores foi preenchida com números, como se pode observar na figura que se segue. Neste momento, o número cinco ocupa a posição central, na base da torre.



- 2.1. Prolonga a torre, acrescentando uma linha à sua base (incluindo os algarismos respectivos), de modo a que passe a ter exactamente 6 linhas.
- 2.2. Se acrescentássemos às 6 linhas que a torre tem neste momento outras 44 linhas, que número ocuparia a posição central na base? Explica o teu raciocínio.
- 2.3. Se uma torre deste tipo tivesse o número 423 na posição central da base, quantos quadrados teria nessa linha? Explica o teu raciocínio.
3. Hoje de manhã a Ana saiu de casa e dirigiu-se para a escola. Fez uma parte do percurso a andar e a outra parte a correr. O gráfico que se segue mostra a distância percorrida pela Ana, em função do tempo que decorreu desde o instante em que ela saiu de casa até ao instante em que chegou à escola.



Apresentam-se, em seguida, quatro afirmações. De acordo com o gráfico apenas uma é verdadeira. Assinala-a com X, explicando por que motivo cada uma das restantes opções é falsa.

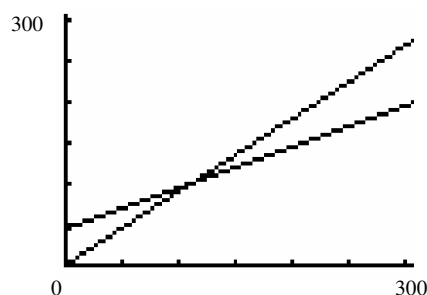
- A Ana percorreu metade da distância a andar e a outra metade a correr.
- A Ana percorreu maior distância a andar do que a correr.
- A Ana esteve mais tempo a correr do que a andar.
- A Ana iniciou o percurso a correr e terminou-o a andar.

4. Os alunos de uma turma do 8ºano pretendem realizar uma visita de estudo. Antes de assinarem o contrato de aluguer de um autocarro, consultaram uma empresa de camionagem, que lhes ofereceu dois tipos de tarifa.

Tarifa A – Pagamento inicial de 45€, mais 0,5€ por km;

Tarifa B – Sem pagamento inicial, 0,9€ por km.

O preço a pagar (P, em euros) varia em função do número de quilómetros percorridos (x, em km), de acordo com cada uma das tarifas.

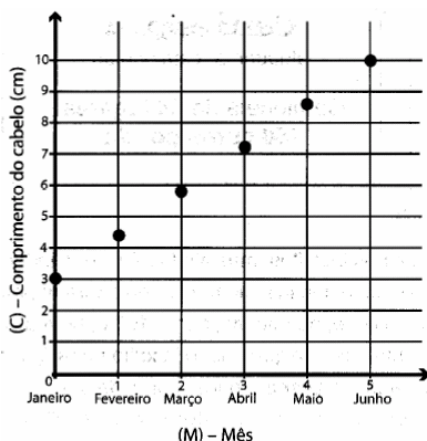


- 4.1. Observa os gráficos seguintes e identifica, justificando, a recta que diz respeito à tarifa A (ou seja, à função $P_A = 0,5x + 45$) e a que diz respeito à tarifa B (ou seja, à função $P_B = 0,9x$).

- 4.2. Se fizesses parte deste grupo de jovens, qual das duas tarifas escolherias se o percurso total fosse de 150 km? E se fosse de 70 km? Justifica.

- 4.3. Para que número exacto de quilómetros (x) as duas tarifas dão origem ao mesmo preço a pagar? Apresenta o teu raciocínio.

5. Em Janeiro, o Vítor, depois de ter vindo do barbeiro, decidiu estudar o comprimento do seu cabelo, registando todos os meses a sua medida. O gráfico seguinte representa o crescimento do cabelo do Vítor, desde o mês de Janeiro (mês 0), até ao mês de Junho (mês 5).



- 5.1. Completa a tabela seguinte:

(M) – Mês	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maior	Junho
	0	1	2	3	4	5
(C) – Comprimento do cabelo (em cm)		4,4	5,8	7,2	8,6	

- 5.2. Em cada mês, quantos centímetros cresceu o cabelo do Vítor?

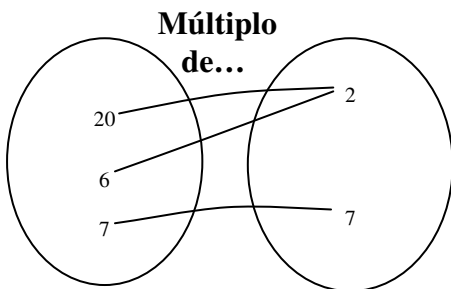
5.3. Escreve uma expressão geral que represente o Comprimento (C) do cabelo do Vítor, em função do número de meses (M) passados após o corte de cabelo inicial.

5.4. Se o cabelo do Vítor tivesse crescido 19,8 cm, quantos meses teriam passado desde o corte inicial de cabelo? Justifica.

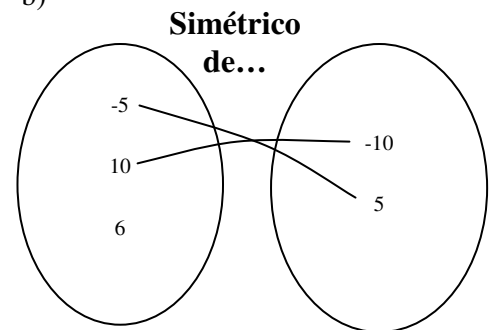
6.

6.1. Observa as seguintes correspondências e indica as que não são funções, justificando a tua opção.

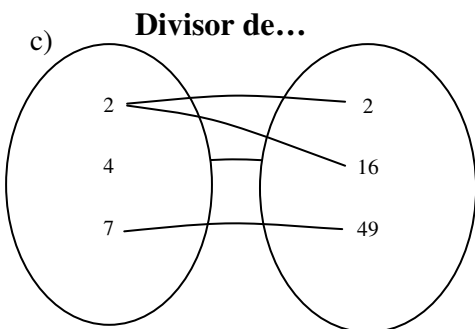
a)



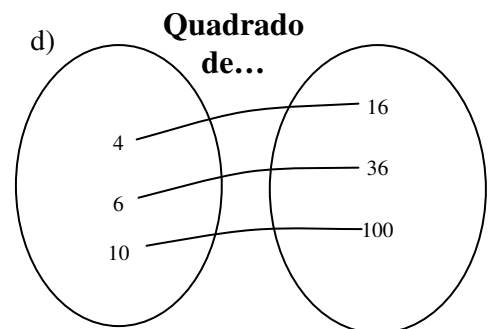
b)



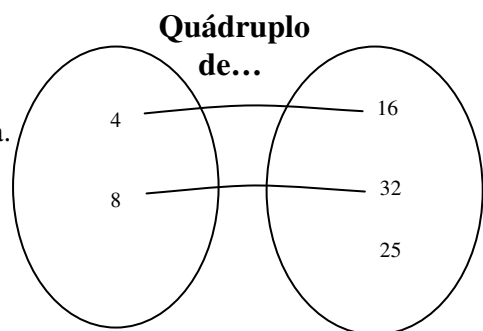
c)



d)



6.2. Relativamente à correspondência “Quádruplo de...”, indica o domínio, o contradomínio e o conjunto de chegada.



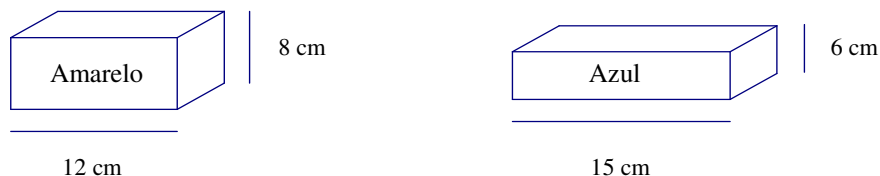
7. Resolve as seguintes equações:

7.1.
$$\frac{2x+3}{2} = \frac{10x-3}{6}$$

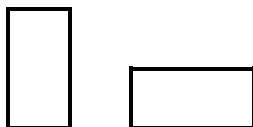
7.2.
$$\frac{x}{4} + \frac{2x+3}{2} = \frac{x-3}{5}$$

Tarefa 8 – Um muro no jardim

Para construir um pequeno muro no seu jardim, a D. Rosa pensou em usar alguns tijolos que sobraram de uma outra obra que fez em casa. No conjunto das sobras existem tijolos amarelos e azuis, com as seguintes dimensões:



A D. Rosa pretende utilizar tijolos mesma cor, colocando alguns deles “em pé” e outros “deitados”, como se vê na figura:



Como não decidiu ainda qual o comprimento que prefere para o muro, a D. Rosa optou por ir juntando um tijolo de cada vez, deitado ou em pé, observando o aspecto com que ficava o muro em cada momento.

1. Imagina que a D. Rosa optou por tijolos amarelos.
 - a. Averigua, em casos particulares, qual seria o comprimento do muro construído, dependendo do número de tijolos utilizados em cada posição? Descreve o teu raciocínio.
 - b. Escreve uma expressão geral que permita calcular o comprimento do muro para qualquer número de “tijolos em pé” e qualquer número de “tijolos deitados”.

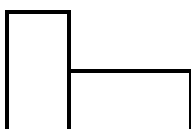
2. Imagina agora que a D. Rosa escolheu utilizar tijolos azuis. O comprimento do muro, neste caso, é dado por:

$$C = 15D + 6P$$

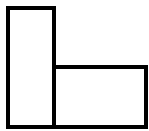
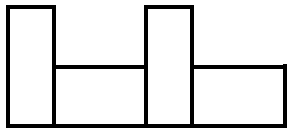
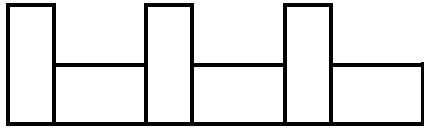
- a. Explica o que representam as seguintes expressões:
 - $15D$
 - $6P$
 - $15D + 6P$

- b. Supõe que o comprimento total do muro era de 420 cm e que a D. Rosa colocou 18 tijolos deitados. Explica como procederias para descobrir o número de tijolos colocados em pé.
- c. Escreve uma expressão geral que permita calcular o número de tijolos deitados, conhecendo o comprimento do muro e o número de tijolos colocados em pé.

3. Para tornar o muro mais bonito, a D. Rosa resolveu colocar de forma organizada, repetindo o padrão:



Completa a tabela seguinte:

Construção do muro utilizando tijolos amarelos	Nº de repetições do padrão	Comprimento (em cm)
	1	20
	2	
		
...

- a. O que podes concluir quanto aos comprimentos obtidos, nesta sequência?
- b. E se o muro for construído, deste modo, com tijolos azuis, o que podes concluir quanto aos comprimentos obtidos?

Seria possível construir um muro com tijolos azuis e um muro com tijolos amarelos, tendo ambos o mesmo comprimento? Justifica, apresentando todo o teu raciocínio.

ESCOLA SECUNDÁRIA

Disciplina: Matemática

Professora: Ana Matos

2º Período

15 / 02 / 2006

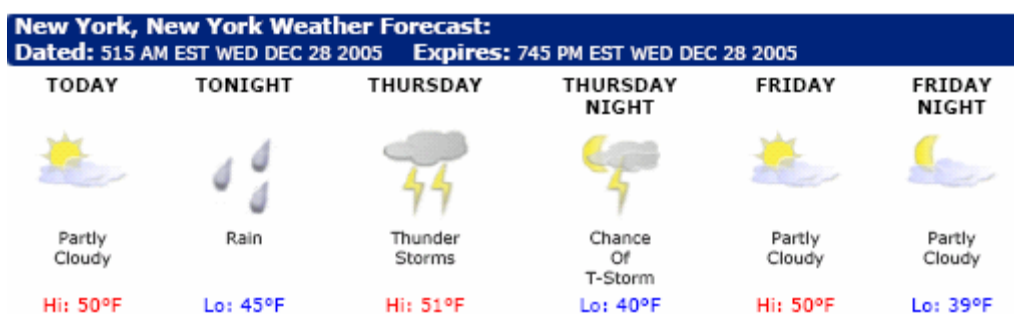
Ficha de avaliação nº 2 - 8º Ano - Turma: _____

Nome: _____ N.º: _____

Enc. de Educação: _____ A professora: _____ Classificação: _____

Temperatura... em graus Celsius ou Fahrenheit?

A Mariana participou num concurso e ganhou uma viagem a Nova Iorque para passar a passagem de ano. Entusiasmada com a oportunidade de conhecer um país que nunca tinha visitado antes, resolveu procurar, na Internet, algumas informações sobre a temperatura local nos próximos dias. Na figura podes observar a informação que a Mariana encontrou na sua pesquisa, relativa aos dias 28, 29 e 30 de Dezembro de 2005:



Fonte: <http://findlocalweather.com/forecast.php> - 28-12-2005 - 15h15m

Nos Estados Unidos da América, a temperatura é medida em graus Fahrenheit. A conversão entre graus Fahrenheit e graus Celsius pode ser efectuada usando a fórmula:

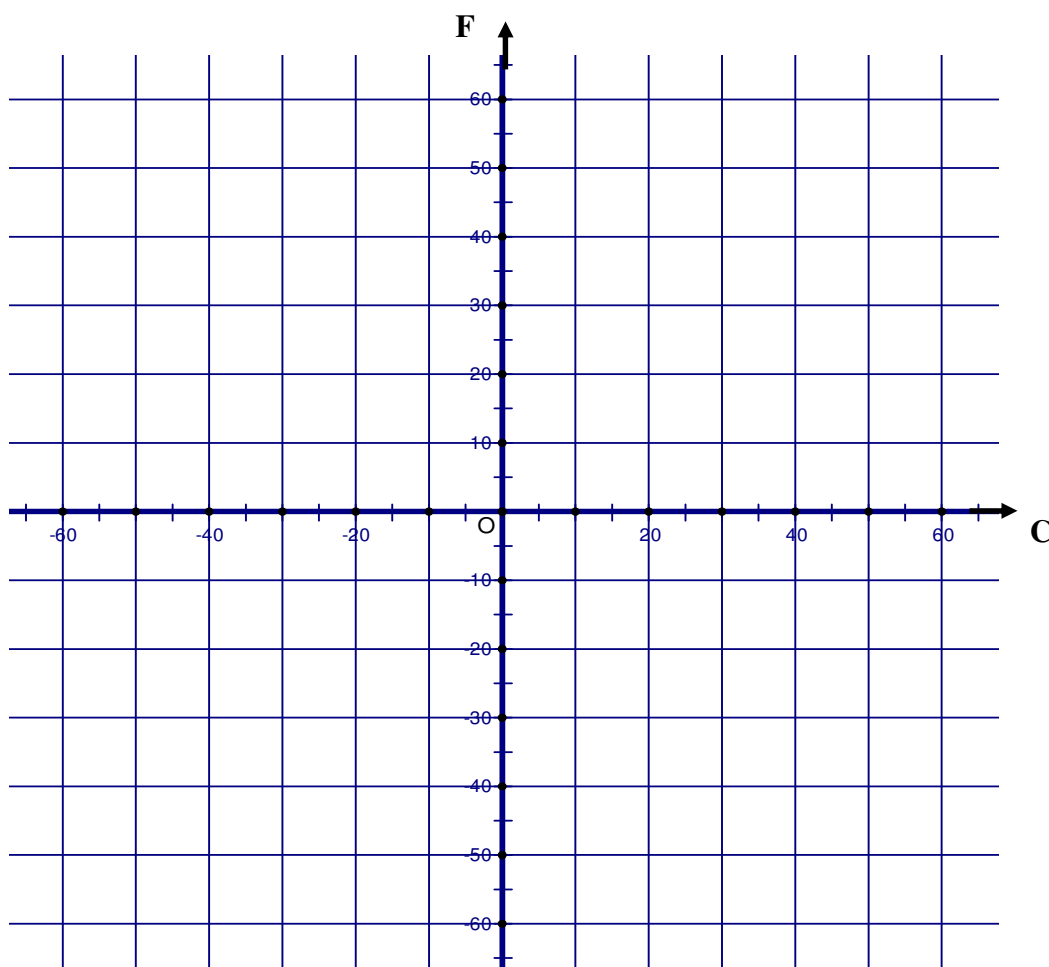
$$C = \frac{5(F - 32)}{9}$$

1. Converte em graus Celsius as temperaturas referentes a cada uma das previsões.
2. Em que dia é menor a diferença entre a temperatura mínima e a temperatura máxima registada em Nova Iorque? De quantos graus centígrados é essa diferença? Explica o teu raciocínio.
3. Resolve a equação literal em ordem a F.

4. Em Portugal continental prevê-se que, no último dia do ano, a temperatura máxima registada seja de 16°C . A quantos graus Fahrenheit corresponde esta temperatura?
5. Completa a tabela seguinte, acrescentando, nos espaços em branco, outras temperaturas à tua escolha. Encontras alguma regularidade?

C	-20	-15	-10	-5	0	5		

6. Representa graficamente a função e indica se a mesma é, ou não, de proporcionalidade directa? Justifica a tua resposta.



REFERÊNCIAS

- Driscoll, M. (1999) *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers, grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Kindt, M. Roodhardt, A., Dekker, T., Wijers, M., Spence, M. S., Simon, A. N., Pligge, M. A., & Burrill, G. (2006). *Patterns and figures*. Chicago, IL: Holt, Rinehart and Winston / Encyclopaedia Britannica.
- ME-DEB (2001). *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.
- ME-DGEB (1991). *Programa de Matemática: Plano de organização do ensino-aprendizagem (3º ciclo do ensino básico)*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral dos Ensinos Básico e Secundário.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Tahan, M. (2001). *O Homem que sabia contar*. Lisboa: Editorial Presença.
- Wijers, M., Roodhardt, A., van Reeuwijk, M., Dekker, T., Burrill, G., Cole, B. R. & Pligge, M. A. (2006). *Building formulas*. Chicago, IL: Holt, Rinehart and Winston / Encyclopaedia Britannica.

Endereços electrónicos:

<http://www.gave.pt>