

## A Natureza e Organização das Actividades de Aprendizagem e o Novo Papel do Professor<sup>1</sup>

Associação de Professores de Matemática

1 O presente texto deve ser entendido como um conjunto de propostas sobre as actividades de aprendizagem da Matemática. No seu conjunto, essas propostas representam uma referência e uma perspectiva para as transformações necessárias nas práticas da Matemática escolar. Além disso, o texto assenta em duas convicções:

- um grande número de professores espera da nova reforma curricular condições e apoio para transformar, no sentido positivo, a aula de Matemática;
- essa melhoria é possível, mas representará um processo longo e difícil, envolvendo grande esforço e dedicação por parte dos professores.

2 O aspecto globalizante que assume o texto não significa que o actual conjunto de práticas pedagógicas se vá transformar, da noite para o dia, num outro conjunto considerado “perfeito e definitivo”. Em primeiro lugar, porque não é desta forma que um processo, envolvendo tantas variáveis como o educativo, se pode transformar. Além disso, essa lista “perfeita e definitiva” das actividades escolares em Matemática não existe nem existirá nunca.

3 O presente texto poderá servir para que os professores, apoiados por um currículo que favoreça uma transformação da Matemática escolar, reflectam sobre a sua prática à luz de perspectivas relativamente inovadoras na aprendizagem da Matemática. Será a partir da sua experiência que as suas propostas aqui apresentadas poderão ser avaliadas e melhoradas por sua vez.

### As grandes questões

4 Se realizássemos um pequeno inquérito junto de pessoas que frequentaram as aulas de Matemática há algumas dezenas de anos, ele revelaria um facto significativo: embora os conteúdos tenham entretanto desaparecido da memória, as recordações *do que se passava* nessas aulas são praticamente iguais de pessoa para pessoa, e subsiste uma imagem clara — o professor *chamava* alguém para fazer os trabalhos de casa, fazia

---

<sup>1</sup> Capítulo 4 do livro *Renovação do Currículo de Matemática*, publicado pela primeira vez em 1988 pela APM.

a revisão da aula anterior, *dava nova matéria, resolvia* no quadro alguns exemplos de aplicação e a partir daí, até ao fim da aula, tratava-se de começar a treinar o novo tipo de exercícios. O que é surpreendente e preocupante é que, apesar dos esforços em sentido contrário de muitos professores, a imagem com que a generalidade dos alunos ainda fica da actual “lição de Matemática” não é muito diferente. Como citava Fey (1979), a propósito de uma descrição semelhante, resultante de um inquérito ao ensino de Matemática nos E.U.A., “o aspecto mais significativo das aulas de Matemática é a repetição desta rotina”.

5 A esta imagem da uniformidade juntam-se outras, lamentavelmente bem nítidas; a de uma disciplina considerada tradicionalmente difícil, com uma carga social muito negativa, factor de selecção, objecto de medo. Admite-se o insucesso em Matemática quase como uma fatalidade, pois o mesmo já aconteceu aos pais e aos irmãos. Só alunos “muito especiais” têm boas notas em Matemática. Mas o que significa sucesso em Matemática? Não haverá também insucesso nos bem sucedidos?

6 As tentativas de alteração e melhoria de programas, incluindo a extensa reforma da chamada “Matemática Moderna”, foram de todo impotentes para arrancar a Matemática a esta situação. Não se consegue reconhecer, nos conteúdos e práticas pedagógicas reais da generalidade das actuais aulas de Matemática, qualquer das preocupações fundamentais de Sebastião e Silva. Não está lá o rigor de linguagem, pois o que se pratica é uma tentativa absurda de impor à partida uma terminologia e uma linguagem que não resultam de qualquer necessidade real nascida da actividade dos alunos. Não está lá a intuição, em particular a geométrica, a abrir todos os caminhos, pois o percurso é o inverso, do geral para o particular, do grupóide para o grupo, e é perfeitamente possível para um aluno do oitavo ano nunca ter ouvido sequer falar de Geometria. Não estão lá também as aplicações da Matemática. completamente ignoradas e substituídas como é tradição por exercícios de aplicação.

7 O actual processo de reformulação curricular, em particular da Matemática, será naturalmente votado ao fracasso se não tiver especialmente em conta, para além das alterações de conteúdos, aquelas questões que resistiram à mudança nas reformas anteriores, ou que nem sequer foram consideradas:

De que modo se aprende Matemática? Qual a natureza e principais características das actividades de aprendizagem em Matemática? Quais são as práticas escolares que estão a causar, em relação a esta disciplina, e na generalidade dos alunos, a passividade, o imobilismo intelectual, o desinteresse e a apatia, o insucesso? Como poderá ser invertida esta situação? Que formas se podem propôr para a organização do trabalho dos alunos e do professor? Que obstáculos apresenta a actual organização da escola a um

bom ambiente de trabalho do grupo alunos/professor e que passos podem ser dados na sua remoção? Qual o novo papel do professor, e como se pode caminhar nesse sentido?

### **A experiência matemática**

8 A experiência matemática deve constituir o paradigma das actividades escolares nesta disciplina. Desde o princípio da escolaridade até ao fim do ensino secundário, e de acordo com o nível de desenvolvimento e maturidade dos alunos, estes deverão estar mergulhados num ambiente intelectualmente estimulante, no qual experimentar e fazer matemática sejam actividades naturais e desejadas.

9 Embora os alunos, ao desenvolver essas actividades, possam revelar variados graus de interesse e atingir diferentes níveis de sucesso, *a escola deve proporcionar a todos este tipo de experiência*. Por um lado, as capacidades intelectuais assim desenvolvidas são necessárias para uma participação consciente e produtiva na vida da sociedade onde todos se vão integrar. Por outro lado, a Matemática tem vindo a desempenhar um papel cultural de relevo na Formação e evolução dessa sociedade, e todos os alunos têm o direito de esperar da escola ajuda e estímulo para a apropriação dessa herança cultural. Apropriação que não pode ser feita por transmissão passiva, mas sim através da própria experiência.

10 A Matemática, embora seja uma actividade humana com milhares de anos, mantém uma vitalidade surpreendente. Dos seus ensaios de modelação da realidade, das suas relações cada vez mais extensas com as outras ciências e do interior da sua própria actividade, a Matemática extrai ou formula a todo o momento novos problemas e, ao tentar resolvê-los, alarga o seu domínio. *Esta é a realidade que a Matemática escolar deve fazer experimentar aos alunos*, e só o conseguirá se rejeitar aqueles métodos que tem conduzido a uma imagem falsa da Matemática — uma ciência morta que se limita a aplicar velhas fórmulas a velhos problemas.

11 Como dizem Davis & Hersh (1981), “em pequena extensão, todas as pessoas são matemáticos e fazem matemática conscientemente. Fazer compras no mercado, forrar uma parede de papel ou decorar um jarro de cerâmica com um padrão regular é fazer matemática”. As crianças não são aqui excepção, e entram na escola tendo realizado já múltiplas experiências matemáticas. E a sua curiosidade está desperta para novas experiências. e a sua energia pronta para aceitar desafios, como o prova o interesse pela resolução de problemas. No que diz respeito à Matemática, *o papel da escola é*

*corresponder a essa curiosidade e mantê-la viva, e não embotá-la, como acontece quando substitui a descoberta pela rotina e os problemas pelos exercícios.*

12 Na medida em que facilite a multiplicação e diversificação das experiências matemáticas e promova a reflexão individual e em grupo sobre essas experiências, a escola contribuirá para desenvolver a capacidade matemática dos alunos. Gradualmente, tornar-se-ão mais aptos a analisar situações, fazer conjecturas, provar ou rejeitar asserções, formular e resolver problemas e pensar matematicamente. Da mesma forma, e também a pouco e pouco, verão a necessidade da linguagem matemática, habituar-se-ão a usá-la para comunicar entre si, e aprenderão a ler e a escrever matemática.

13 Quando nos referimos à linguagem matemática, devemos entender que ela não é um fim em si do ensino da matemática mas sim um meio de expressão das ideias e dos raciocínios matemáticos que os alunos vão adquirindo progressivamente. Deve ainda salientar-se que se pode ser rigoroso com um discurso informal e que a formalização precipitada deve ser rejeitada.

14 O poder matemático dos alunos será adquirido progressivamente ao longo da sua vida escolar, se lhes forem proporcionadas experiências matemáticas que estejam ao seu alcance e constituam, ao mesmo tempo, verdadeiros desafios aceites com prazer. A obtenção, no decorrer dessas actividades, de um êxito, por pequeno que possa parecer, constitui um ponto de apoio para o aluno ir adquirindo confiança nas suas capacidades para a Matemática, e essa auto-estima é decisiva para modelar o seu comportamento futuro.

15 A capacidade matemática é inseparável do gosto pela Matemática, e este não se desenvolve senão pela experiência. Além disso, apenas a própria experiência dos alunos lhes permitirá apreciar as outras experiências históricas que fizeram evoluir a Matemática do ponto de vista cultural e científico, e tiveram como consequência o seu impacto na nossa cultura. Desta forma, será possível transformar uma situação como a actual, em que tantos alunos saem da escola indiferentes ou mesmo odiando a Matemática, numa outra em que terão apreço por uma ciência que lhes proporcionou experiências intelectuais ricas e interessantes e que reconhecem como “dinâmica, em expansão, e verdadeiramente importante para as suas vidas” (NCTM (1987)).

### **Sobre a natureza das actividades**

16. O factor que pode ser realmente decisivo na transformação positiva da matemática escolar não é a alteração dos conteúdos nem a introdução de novas

tecnologias, mas sim a *mudança profunda nos métodos de ensino, na natureza das actividades dos alunos*. Na realidade, de nada servirá a introdução de novos temas, quaisquer que eles sejam, se se continuar a pretender “dar” essas novas matérias, obrigando depois os alunos a adquirir destreza na aplicação de novas fórmulas e algoritmos. Da mesma forma, será inútil e mesmo prejudicial a introdução dos computadores na sala de aula se, através de um instrumento com capacidades motivadoras, o que se pretende fazer passar é a mesma “matemática” das receitas e dos exercícios.

17 A natureza das actividades dos alunos na aula de Matemática é uma questão central no ensino desta disciplina. A aprendizagem da Matemática é sempre produto da actividade, e se esta se reduz, por exemplo, à resolução repetitiva de exercícios para aplicação de certas fórmulas, é exactamente isto que se aprende e vai perdurar, enquanto ficar a memória das fórmulas. Além disso, essa é a imagem adquirida da Matemática. Assim, poderá dizer-se que a principal pergunta a que os reformadores do currículo da Matemática têm que responder é a seguinte: *que fazem os alunos (e o professor) na aula de Matemática?*

18 Ao procurar identificar o que deverá ser a Matemática escolar renovada, somos levados a empregar um certo número de termos e expressões características: **resolução e formulação de problemas, desenvolvimento de modelos matemáticos, actividades de exploração, investigação e descoberta, formulação de conjecturas, discussão e comunicação, argumentação e prova, construção de conceitos. A exposição do professor para toda a classe**, num sentido que será precisado adiante, faz parte normal das actividades escolares, mas aquele conjunto de modos de fazer matemática deverá atravessar todo o currículo e vir a constituir o essencial das actividades do grupo professor/alunos, nos tempos que dedica a esta disciplina.

19 A ordem com que apresentamos o conjunto de expressões características com que nos referimos às actividades das aulas de Matemática não tem qualquer significado. Não existe qualquer sequência fixa para essas actividades e uma boa situação de aprendizagem da Matemática pode apenas exigir a presença de algumas delas. É em virtude da interacção entre os alunos e a situação concreta e da intervenção do professor que uma determinada sequência de actividades resulta em cada caso.

20 A **resolução de problemas**—tradução pobre de “problem solving”—deverá constituir o tipo privilegiado das actividades em Matemática. A palavra problema deve aqui ser compreendida de vários modos, desde a “adivinha” que pode ser resolvida em

alguns minutos até à situação problemática que será o ponto de partida para um projecto com uma duração mais ou menos longa. Em qualquer dos casos, deve despertar sempre a curiosidade do aluno ou grupo de alunos a quem é colocado, e para caminhar no sentido da sua resolução deverá ser necessário procurar ou imaginar uma estratégia apropriada e não apenas aplicar uma fórmula ou processos rotineiros.

21 A solução de cada problema proposto deve estar dentro das capacidades do aluno ou grupo de alunos, embora exija trabalho, reflexão e imaginação. O tipo de problemas e situações problemáticas e mesmo a sua origem irá variando consoante a idade e maturidade dos alunos. Enquanto nos primeiros anos de escolaridade os problemas devem surgir naturalmente do próprio ambiente em que vive a criança e das suas experiências, nas classes terminais os problemas e projectos poderão ser propostos, ou formulados pelos próprios alunos, a partir de situações no interior da Matemática ou envolvendo aplicações a áreas que sejam novas para eles.

22 Para que um problema tenha valor educativo, *é importante que a actividade dos alunos se não reduza a encontrar a sua solução*. Pode dizer-se que aqueles começam a fazer matemática quando tentam responder, a propósito de um problema e da sua resolução, a um conjunto de questões: será esta a única estratégia, ou a melhor? Trata-se de um problema isolado, ou a estratégia que descobri pode aplicar-se a outros casos? de que modos posso alargar o enunciado e reformular o problema? os objectos concretos que entram no enunciado são essenciais, ou o problema poder-se-ia enunciar de forma mais abstracta?

23 O privilégio concedido ao “problem solving” nas actividades curriculares de Matemática justifica-se por múltiplas razões, entre as quais:

- O desenvolvimento da Matemática tem sobretudo resultado dos esforços postos na resolução dos mais variados problemas que se tem colocado aos matemáticos, tanto a partir de situações concretas do mundo físico, como a partir do interior da própria Matemática. Se pretendemos que os alunos façam a sua experiência matemática, então o “problem solving” correctamente entendido constitui um dos melhores processos.

- As actividades de “problem solving” conduzem naturalmente a outras actividades importantes no processo educativo matemático entre as quais são de referir a discussão sobre estratégias, a argumentação, as tentativas de prova, a crítica dos resultados, a construção de conceitos e a adopção por necessidade de uma terminologia matemática.

- A aquisição progressiva de proficiência na resolução de problemas e a segurança que daí resultam não são apenas importantes na Matemática, constituem objectivos gerais importantes na escola.

24 Se o “problem solving” e o estilo privilegiado da actividade matemática dos alunos, a execução de projectos — envolvendo outras disciplinas ou no campo da própria Matemática — poderá vir a constituir uma das formas da organização das actividades. Através do tipo de trabalho, os alunos podem experimentar o principal processo pelo qual a Matemática se relaciona com o mundo real, **o desenvolvimento de modelos matemáticos**. Também aqui, o mesmo paradigma — a execução de um projecto — assume formas muito variadas desde o início da primária até ao fim da escolaridade. No entanto, algumas características gerais são constantes:

- Trata-se de um trabalho em que os alunos estão realmente interessados e directamente envolvidos desde a sua concepção, mesmo se a iniciativa partiu do professor.

- Não se reduz a uma actividade pontual e momentânea nem a um conjunto de actividades dispersas. Pelo contrário, consiste num trabalho com alguma extensão no tempo, em que as actividades podem ser diversas mas subordinadas a um mesmo fio condutor e conduzindo a um determinado objectivo comum.

25 O desenvolvimento de projectos em Matemática, desde os casos mais simples, que poderão ser propostos no Ensino Primário, até à construção de modelos matemáticos relativamente complexos, que podem ser objecto de trabalhos individuais ou de grupo no fim do ensino Secundário, como forma de organização do trabalho nesta disciplina, exige, de maneira natural, um conjunto real de actividades — os alunos têm que explorar, investigar e analisar situações, discutir entre si e com o professor as várias estratégias e processos de trabalho, formular e resolver problemas, inventar nova terminologia, expor e argumentar em defesa das conclusões a que vão chegando, redigir os resultados e compará-los eventualmente com os de outros alunos ou grupos de alunos.

26 No contexto do “problem solving” e do desenvolvimento de projectos, as **actividades de exploração e de descoberta** surgem naturalmente. *Explorar* tem aqui exactamente o sentido normal da palavra: entrar em terreno desconhecido, recolher dados, detectar diferenças, ser sensível às repetições e às analogias, reconhecer regularidades e padrões — ou porventura um sentido ainda mais forte — *investigar, procurar encontrar, procurar descobrir*. O espaço a explorar não é agora o Atlântico, mas por exemplo uma página cheia de números:

4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19
20	21	22	23
24	25	26	27
28	29	30	31
...	...	...	...

E as regularidades a detectar não são neste caso que a estrela Polar está fixa no céu, ou que na mesma época do ano se vêem sempre as mesmas constelações, mas sim, por exemplo, que o resultado da adição de dois números da terceira coluna está sempre na primeira. Uma tabela como esta pode provocar, na sua simplicidade, explorações com diferentes alcances e níveis de profundidade. No decorrer dessas explorações, ocasiões não faltarão para pequenas descobertas que, por se tratar neste caso muito provavelmente de redescobertas, nem por isso deixarão de ser estimulantes e motivadoras.

27 Os mundos a explorar irão variar necessariamente desde o início da primária até aos últimos anos da escola secundária. Se nos primeiros anos se utilizam os materiais concretos, e as actividades e explorações se referem ao ambiente físico que rodeia a criança, uma tabela como a anterior será um bom campo de trabalho para um aluno que se sente já suficientemente à vontade com os números inteiros, de tal forma que eles fazem parte do seu mundo real e como tal podem ser objecto de ulteriores explicações.

28 Embora a propósito do exemplo anterior se tenha falado de redescoberta, isso não significa que as actividades de descoberta no ensino, em Matemática, se reduzem a encenações teatrais montadas pelo professor, que sabe de antemão o que os alunos vão “descobrir”. Algumas das melhores situações de aprendizagem, quer da iniciativa do professor, quer dos alunos, resultam daquelas questões para as quais nem o professor nem os alunos conhecem os caminhos de solução, e que estão assim verdadeiramente abertas à curiosidade de todo o grupo. E das quais resultam muitas vezes processos inéditos de resolução ou mesmo pequenas descobertas.

29 A exploração favorece a **formulação de conjecturas**, etapa fundamental da experiência matemática que os jovens devem realizar. Este tipo de actividade, que facilmente ocorre no ambiente de aprendizagem que estamos a descrever, tem estado completamente afastado dos objectivos e preocupações curriculares. E, no entanto, é aí

que a intuição dos alunos pode intervir e fortalecer-se. A formulação de conjecturas requer ainda e põe em jogo diversas capacidades intelectuais importantes, tais como o espírito de observação, a sistematização de resultados parcelares, a imaginação e o poder de abstracção.

30 Se, como vimos, no início da escolaridade as explorações se referem necessariamente ao ambiente natural das crianças, no segundo e terceiro ciclos do Ensino Básico e no Ensino Secundário abrem-se progressivamente novos e vastos campos, fora e dentro da Matemática, a actividades de exploração e investigação. As calculadoras e os Computadores são, a este respeito, instrumentos muito importantes no alargamento e enriquecimento dessas actividades.

31 Se conjecturar é parte essencial da experiência matemática, os seus prolongamentos e complementos naturais são a **argumentação** e a **demonstração**. Na realidade, se pretendessemos sintetizar em poucas palavras o que é fazer matemática, a sequência de palavras ...exploração/ conjectura/argumentação/prova-reformulação da conjectura... poderia bem constituir um ponto de partida para essa síntese.

32 Deve no entanto observar-se que a ideia em princípio justa e compreensível de que a demonstração é o “selo da Matemática” exige algumas precisões que importa salientar, a propósito da natureza das actividades dos alunos na disciplina de Matemática:

- A capacidade de convencer outros da validade das nossas asserções e conjecturas deve ser desenvolvida de forma permanente, mas é claro, ou deveria sê-lo, que a argumentação e a prova assumem características muito diferentes ao longo de toda a escolaridade, e que as considerações a respeito da idade e maturidade dos alunos, em particular da sua capacidade de verbalização, são aqui fundamentais.

- São actividades diferenciadas, e com resultados educativos certamente opostos, a demonstração memorizada de teoremas alheios ou a argumentação e tentativa de prova de uma conjectura que o próprio aluno, sozinho ou em grupo, formulou.

- A discussão — em pequeno grupo ou de toda a classe — e as demonstrações servem para habituar, os alunos a construir argumentações convincentes e válidas e para aguçar o seu espírito crítico em relação às argumentações alheias, e nunca para lhes criar uma ideia da Matemática como a ciência do certo e do errado absolutos, perspectiva contraditória com o próprio desenvolvimento da Matemática contemporânea.

33 Nada mais afastado da realidade histórica da Matemática do que a ideia que os seus conceitos e termos “caiem do céu”, e no entanto é essa a concepção que a pouco e pouco vão formando da Matemática a generalidade dos jovens, a partir da sua experiência escolar actual. Através de um novo tipo de actividades na aula de Matemática, os alunos sentirão, pelo contrário, a necessidade de inventar e utilizar novos termos e de construir novos conceitos, quando organizarem os dados das suas explorações e quando discutirem entre si ou com o professor os resultados do seu trabalho.

34 A construção de conceitos envolve um processo de interiorização que se realiza através da relação dialéctica do aluno com a situação que o desafia e também a partir da comunicação/argumentação com os colegas e com o professor. A extrapolação de um conceito para situações diferentes mas com estrutura semelhante revela-nos o significado que o aluno lhe deu e indica-nos se foi realmente interiorizado.

35 Assim, será de um modo real e vivido, através da sua própria actividade, que os alunos compreenderão como a Matemática representa uma construção admirável do espírito humano, produto ao mesmo tempo da necessidade de resolver os mais variados problemas concretos e de uma inesgotável curiosidade intelectual.