

O que aconteceu à investigação em resolução de problemas de Matemática?

A situação nos Estados Unidos¹

Frank K. Lester, Jr.², *Indiana University, Bloomington, Estados Unidos da América*

Prólogo

Sou professor de Matemática há cerca de 28 anos. Ao longo da minha carreira tenho ensinado alunos desde os 6 anos até à idade adulta (a minha aluna mais velha tinha mais de 60 anos quando a ensinei). Como é natural, alguns desses estudantes tinham um talento excepcional para a Matemática enquanto outros a viam como uma disciplina particularmente difícil de aprender. Mas, no conjunto, a maioria dos meus alunos podem ser considerados como tendo capacidades médias para aprender Matemática. Os exemplos que se seguem foram retirados a partir das minhas experiências com esta grande maioria de alunos de capacidades médias. Tal como acontece com qualquer professor minimamente dedicado, de vez em quando fico surpreendido com o comportamento revelado por alguns desses estudantes. A minha surpresa é presentemente mais acentuada do que na altura em que procedi a observações do comportamento dos alunos enquanto resolviam problemas. Repare nos três "problemas" seguintes e nos comportamentos de vários estudantes que os tentaram resolver.

O Sapo no Poço. Um sapo está no fundo de um poço com 10 metros de profundidade. Durante o dia o sapo sobe 4 metros através da parede do poço, mas, durante a noite, e

¹ Lester, F. (1993). O que aconteceu à investigação em resolução de problemas de Matemática? A situação nos Estados Unidos. In D. Fernandes, A. Borralho, & G. Amaro (Eds.), *Resolução de problemas: Processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular* (pp. 13-34). Lisboa: IIE.

Texto traduzido do original por Domingos Fernandes e revisto por António Borralho.

² Quero agradecer à Paola Sztajn, da Universidade de Indiana, o seu contributo na preparação deste documento e principalmente na preparação da versão portuguesa das transparências utilizadas na sua apresentação.

enquanto dorme, escorrega e desce 2 metros. Desta forma quantos dias levará o sapo a atingir o cimo do poço?

A minha experiência diz-me que a maioria dos alunos (e das pessoas em geral) com mais de 8 anos refere que o sapo demorará 5 dias a atingir o cimo do poço (o seu raciocínio é qualquer coisa como isto - $4m - 2m = 2m$ de ganho em cada dia e $10m : 2m$ por dia = 5 dias.). Por contraste, as crianças com 8 anos ou menos desenham qualquer tipo de figura e apresentam as respostas $3 \frac{1}{2}$ ou 4 dias (podendo cada uma delas ser considerada correcta). Esta situação coloca-nos uma questão fundamental: *Porque é que os alunos se tornam menos bem sucedidos neste problema (e em problemas semelhantes) à medida que vão crescendo?*

Galinhas e Porcos. *O António e a Susana foram à quinta dos avós e viram algumas galinhas e alguns porcos. O António disse que viu 18 animais. A Susana concordou com o António e acrescentou que tinha contado um total de 52 patas. Quantas galinhas e quantos porcos foram vistos pelo António e pela Susana?*

Há cerca de 7 anos apresentei o problema das *Galinhas e Porcos* a uma turma de alunos do terceiro ano de escolaridade (8 e 9 anos de idade). Cerca de metade apresentou como resposta 70 - nem 70 animais nem 70 patas, apenas 70. Algumas destas crianças referiram que as palavras "um total" no enunciado do problema nos dizem para adicionar. Umas semanas mais tarde pedi a uma turma de alunos do quinto ano de escolaridade para resolverem o mesmo problema. Muitos deles não escreveram nada nas suas folhas. Quanto lhes perguntava porque não haviam apresentado qualquer resolução do problema, as respostas típicas incluíam as seguintes: "Não sei como resolvê-lo" e "Acho que se tem que dividir, mas 18 não cabe um número exacto de vezes em 5". Nem um único aluno numa turma de 30 desenhou qualquer tipo de diagrama, formulou alguma conjectura, ou de algum modo utilizou quaisquer estratégias "naturais" de resolução de problemas. A muitos dos estudantes mais novos tinha sido ensinada uma estratégia incorrecta (procurar 1(palavras chave)), mas ainda pior, os estudantes mais velhos tinham mesmo "aprendido" que não podiam resolver problemas de Matemática. Outra questão se coloca: *O que é que os alunos estão a aprender na escola acerca de resolução de problemas que os leva a tentar resolver problemas de formas não naturais?*

A Viagem de Automóvel. Um homem conduziu o seu automóvel da sua casa até à casa de um amigo à velocidade de 64 Km/h e demorou 20 minutos. Quando regressou à sua casa percorreu as mesmas estradas mas agora à velocidade de 80 Km/h. Quanto tempo demorou a viagem de regresso?

Não fiquei particularmente surpreendido pelo facto de muitos alunos dos ensinos secundário e universitário não terem conseguido resolver correctamente o problema da *Viagem de Automóvel 0* que me surpreendeu foi o facto de tantos (cerca de 25%) terem respondido 25 minutos ($64/20 = 80/x$). Obviamente, não é lógico pensar-se que demoraria mais tempo fazer a viagem de regresso se se andou mais depressa. Os alunos não pareceram preocupados com a incoerência desta solução. Surge ainda uma terceira questão: *Porque é que os alunos, quando resolvem problemas, se preocupam tão pouco em verificar se as soluções fazem sentido?*

Exemplos tal como estes são bastante comuns. De facto, a maioria dos professores de Matemática rapidamente verifica que muitos dos seus alunos não são capazes de resolver quaisquer problemas com excepção dos considerados rotineiros, apesar do facto de parecerem ter adquirido a “mestria” de todos os requisitos necessários ao nível do cálculo, do conhecimento de factos e de procedimentos algorítmicos - uma observação que tem sido confirmada por várias avaliações nacionais dos conhecimentos de Matemática de estudantes norte-americanos. Atribuo o facto de tantos alunos não serem capazes de resolver problemas, com excepção de problemas rotineiros, a três razões principais: (1) a resolução de problemas é uma forma de actividade intelectual extremamente complexa; (2) há falta de acordo no que respeita a saber o que é que o processo de resolução de problemas envolve; e (3) são dadas muito poucas oportunidades aos alunos para se envolverem realmente na resolução de problemas.

Nos parágrafos anteriores illustrei o que considero ser uma situação desesperada nas escolas norte-americanas no que respeita à resolução de problemas no ensino da Matemática. Embora os relatórios de conferências, os guias curriculares e os livros de texto refiram que a resolução de problemas se tornou um aspecto central do ensino a qualquer nível, a minha própria experiência sugere o contrário. Nos últimos 20 anos aprendemos muito acerca de como os alunos aprendem a resolver problemas e de como se pode ensinar a resolver problemas, mas ainda não aprendemos o suficiente! Infelizmente, há indicadores que nos mostram que a investigação em resolução de problemas começou a receber bastante menos atenção por parte dos educadores

matemáticos norte americanos. Neste trabalho discuto o estado da investigação em resolução de problemas nos Estados Unidos e dou algumas sugestões acerca das direcções que a investigação deve tomar no futuro imediato.

O lugar da resolução de problemas na comunidade de educação matemática

De forma a poder perspectivar o lugar da resolução de problemas no pensamento dos educadores matemáticos nos Estados Unidos parece, razoável, em primeiro lugar, começar por considerar a situação internacional.

O panorama internacional

No programa provisório do Quarto Congresso Internacional de Educação Matemática (*Fourth International Congress on Mathematical Education - ICME*) realizado em Berkeley, Califórnia, em 1980, constava apenas uma sessão em resolução de problemas que deveria realizar-se dentro do tema "aspectos não usuais do currículo". Só quatro anos mais tarde, no ICME-V realizado em Adelaide, na Austrália, a resolução de problemas se tornou um dos sete temas principais tendo, a partir de então, permanecido como um tema central das seguintes conferências do ICME. Parece que, em termos internacionais, embora a resolução de problemas tenha merecido a atenção dos educadores matemáticos há relativamente pouco tempo, passou a ser reconhecida como um aspecto fundamental da educação matemática. Infelizmente, muito pouca desta atenção tem envolvido investigação em resolução de problemas. Grupos de investigadores no Japão - e, mais recentemente, no Brasil, em Portugal e na Suécia - têm sido os mais activos no estudo sistemático da resolução de problemas de Matemática³.

³ É natural que não me tenha referido a alguns grupos ou indivíduos fora dos Estados Unidos que têm sido activos na investigação da resolução de problemas. Peço desculpa por esse facto. O meu ponto de vista é o de que, em termos internacionais, a investigação em resolução de problemas é um fenómeno relativamente novo.

A situação nos Estados Unidos

Duas publicações, ambas publicadas pelo *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*, têm um significado especial para o desenvolvimento curricular e investigação em resolução de problemas nos Estados Unidos: *An Agenda for Action (1980)* e *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (1989)*⁴. A *Agenda* era um documento cujo objectivo era o de sugerir direcções quanto ao desenvolvimento curricular e quanto à ênfase a dar ao ensino na década de 80. Na verdade, a *Agenda* foi largamente responsável pelo facto deste período ter sido chamado « a década da resolução de problemas" nos Estados Unidos. O NCTM tinha planos muito mais ambiciosos para as *Normas*⁵. Enquanto a *Agenda* pouco mais pretendia do que ser um guia para educadores matemáticos, as *Normas* foram desenvolvidos como um documento de acção de política educativa. Não tinha apenas a intenção de estabelecer normas para o currículo e para o ensino mas também se destinava a constituir uma proposta de política nacional ao nível da educação matemática.

Cada um destes documentos espelha a atitude da comunidade de educação matemática relativamente à resolução de problemas na altura da sua publicação. A *Agenda* referia que “a resolução de problemas deveria ser o foco da Matemática escolar” (NCTM, 1980, p.1), mas esta afirmação não foi acompanhada de quaisquer sugestões acerca de como tornar a resolução de problemas o foco da Matemática escolar. Por contraste, as *Normas* têm numerosas sugestões a este respeito. Fica-se com a impressão, ao ler as *Normas*, que a comunidade de educação matemática reuniu um corpo de conhecimentos significativo acerca da aprendizagem e do ensino da resolução de problemas.

Desde a publicação da *Agenda* a resolução de problemas tem sido o tópico do currículo dos Estados Unidos acerca do qual mais se tem escrito mas, possivelmente, é também o tópico menos compreendido. Provavelmente poder-se-á dizer com segurança que a maioria dos educadores matemáticos concordam com o facto de que o desenvolvimento das capacidades dos alunos em resolução de problemas é um objectivo prioritário do ensino. É igualmente evidente que estes mesmos educadores consideram

⁴ Fundamentadamente, a *Agenda* e as *Normas* são os dois trabalhos mais influentes do grande número que foi publicado nos Estados Unidos durante os anos 80.

⁵ Qualquer referência às *Normas* refere-se ao *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Após a publicação deste documento outro conjunto de normas foi publicado, em 1991, pelo NCTM, *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Presentemente, um terceiro conjunto de Normas está a ser preparado pelo NCTM. Este documento proporá normas para a avaliação em

que decidir acerca da forma de atingir este objectivo é um outro assunto (i.e., onde começar, que problemas e experiências de resolução de problemas utilizar, quando prestar particular atenção à resolução de problemas, etc.). Assim, embora a ideia de que a resolução de problemas deve ter um papel preponderante no currículo esteja largamente disseminada, não tem havido indicações claras de como tornar parte integrante desse mesmo currículo. Até à data não se desenvolveu nenhum programa de Matemática que responda adequadamente à questão de tornar a resolução de problemas o foco central do currículo. Em vez de programas com coerência e direcção, apresentam-se aos professores uma miscelânea bem intencionada de problemas, listas de estratégias para ensinar e sugestões de actividades para a sala de aula. Embora tenhamos aprendido bastante nos últimos 20 anos, há muitas questões relacionadas com a aprendizagem, com o ensino e com a avaliação que só agora começam a ser encaradas na nossa investigação.

Uma visão geral da investigação em resolução de problemas nos Estados Unidos

Depois de analisar a literatura de investigação em resolução de problemas desde 1970, identifiquei três áreas em que se fez um progresso considerável: (1) determinantes da dificuldade de um problema; (2) distinção entre bons e fracos resolvedores de problemas; e (3) ensino da resolução de problemas.

O que é que torna um problema difícil para os estudantes?

Desde o início dos anos 70 até ao princípio dos anos 80 prestou-se muita atenção ao estudo dos determinantes da dificuldade de um problema. Estes esforços focaram-se quase exclusivamente nas características do tipo de problemas que eram apresentados nas escolas para os estudantes resolverem. Em 1979 foi publicado um livro que constituiu um importante marco sintetizando a investigação acerca do que então se designavam por I(variáveis de tarefa" em resolução de problemas de Matemática (Goldin & McClintock, 1979/1984). Para sintetizar brevemente esta investigação e a de outros envolvidos de perto nesta área de estudo, identificaram-se quatro classes de variáveis que contribuem para a dificuldade de um problema: variáveis de conteúdo e de

contexto, variáveis de estrutura, variáveis de sintaxe e variáveis do comportamento heurístico. Inicialmente, estas classes foram estudadas utilizando modelos de regressão linear; mais tarde estudaram-se através de técnicas de processamento de informação. O interesse nesta linha de investigação foi posteriormente substituído por investigações acerca da interacção entre variáveis de tarefa e as características do resolvidor do problema (Kilpatrick, 1985). Talvez o que seja mais notável nestas tentativas para identificar o que é que torna um problema difícil para os alunos tenha sido o facto de terem marcado o início dos esforços para que a investigação em resolução de problemas se tornasse mais científica.

Em que é que diferem os "bons" e os "fracos" resolvedores de problemas?

Começando no fim dos anos 70 e até meados dos anos 80 prestou-se bastante atenção ao estudo das diferenças entre os chamados "bons" e "fracos" resolvedores de problemas (alternativamente, resolvidores com sucesso e sem sucesso ou resolvidores "especialistas" e "iniciados"). Esta ênfase esteve provavelmente radicada, pelo menos inicialmente, no trabalho realizado nos campos das ciências da cognição e da inteligência artificial que então se desenvolviam rapidamente. A investigação de Schoenfeld (1985, 1987) representa o melhor trabalho nesta área. De forma sintética esta investigação sugere que os bons resolvidores de problemas podem distinguir-se dos fracos resolvidores em pelo menos cinco aspectos importantes:

1. Os bons resolvidores de problemas não só sabem mais do que os fracos resolvidores como sabem de forma diferente - o seu conhecimento está bem relacionado e é composto de esquemas ricos.
2. Os bons resolvidores tendem a focar a sua atenção nas características estruturais dos problemas; os fracos resolvidores nas suas características superficiais.
3. Os bons resolvidores estão mais conscientes do que os fracos resolvidores acerca dos seus pontos fortes e fracos.
4. Os bons resolvidores são melhores do que os fracos resolvidores a controlar e a regular os seus esforços de resolução.
5. Os bons resolvidores tendem a preocupar-se mais do que os fracos resolvidores com a obtenção de soluções "elegantes".

O que é que sabemos acerca do ensino da resolução de problemas?

Embora a literatura de investigação em ensino da resolução de problemas apresente uma mensagem ambígua, há cinco resultados a considerar. Tais resultados são os que se seguem:

1. Para melhorar as suas capacidades de resolução os alunos devem resolver muitos problemas.
2. As capacidades de resolução de problemas desenvolve-se lentamente ao longo de um período alargado de tempo.
3. Para que os alunos beneficiem do ensino, têm que acreditar que o seu professor pensa que a resolução de problemas é importante.
4. A maioria dos alunos beneficia significativamente de um ensino em resolução de problemas planeado de forma sistemática.
5. Ensinar os alunos acerca da resolução de problemas (i.e., ensiná-los acerca de estratégias de resolução de problemas e heurísticas e fases de resolução de problemas, e.g., o modelo de quatro fases de resolução de problemas de Pólya, 1945/1973) contribui pouco para melhorar a sua capacidade geral para resolverem problemas⁶.

Não discuti a investigação em metacognição, a relação entre a resolução de problemas e factores do domínio afectivo e as concepções, as influências sociais na resolução de problemas, e a resolução de problemas em contexto porque até agora tem sido dada muito pouca atenção a estas áreas para que se possam fazer quaisquer afirmações credíveis.

A Tabela 1 sintetiza a investigação em resolução de problemas nos Estados Unidos desde 1970.

O recente declínio da investigação em resolução de problemas nos Estados Unidos

A discussão precedente sugere que a investigação em resolução de problemas nos Estados Unidos está viva e de boa saúde. Há apenas dez anos atrás eu escrevia que “a resolução de problemas é uma das áreas mais populares de investigação em educação matemática” (Lester, 1983, p. 230). Além disso, uma breve análise de alguns dos vários

⁶ Alternativas ao «ensino acerca da resolução de problemas» estão discutidas noutros trabalhos (Lester, Malti, LeBia-nc, & Kroil, 1992; Schroeder & Lester, 1989). Contudo, estas alternativas não foram sujeitas a suficiente investigação para que se possam fazer quaisquer inferências acerca do seu potencial

livros dedicados à investigação em resolução de problemas publicados nos anos 80 (e.g., Charles & Silver, 1989; Goldin & McLintock, 1979/1984; Lester & Garofalo, 1982; Schoenfeld, 1985; Silver, 1985), sugere que a resolução de problemas continua a ser uma área de investigação activa e vibrante para os educadores matemáticos. Não é o caso! Apesar da publicação de várias análises excelentes da investigação em resolução de problemas nos últimos anos (cf., Hembree & Marsh, 1993; Kroll & Miller, 1993; Schoenfeld, 1992; Wilson, Fernandez & Hadaway, 1993), tem havido um declínio significativo no interesse pela investigação nesta área. Há alguns meses atrás decidi analisar o tipo de artigos que têm sido publicados no *Journal for Research in Mathematics Education*, a revista mais proeminente de investigação em educação matemática nos Estados Unidos. Os resultados desta análise mostraram que nos últimos três anos tem havido um declínio dramático de artigos centrados na resolução de problemas⁷. Porquê? Comecei a especular acerca das razões para este decréscimo e identifiquei quatro possibilidades. Seguidamente enumero essas razões e faço um breve comentário para cada uma delas.

Tabela 1 - Uma Visão Geral da ênfase da Investigação em Resolução de Problemas nos Estados Unidos: 1970-1993

Datas*	Ênfase da Investigação	Métodos de Investigação
1970-1982	Isolar determinantes chave da dificuldade de um problema; identificar características de bons resolvidores de problemas; treino nas heurísticas.	Análise de regressão estatística; primeiras "experiências de ensino".
1978-1985	Comparação entre resolvidores de problemas com sucesso e sem sucesso (especialistas e iniciados); treino nas estratégias.	Estudos de caso; análise de protocolos obtidos através da técnica de "11 pensar alto".
1982-1990	Metacognição; relação de factores afectivos/concepções com a resolução de problemas; treino na metacognição.	Estudos de caso; análise de protocolos obtidos através da técnica de "11 pensar alto"; "o professor como investigador".
1990-1993	Influências sociais; a resolução de problemas em contexto (resolução de problemas localizada).	Métodos etnográficos.

*As datas indicadas são apenas aproximadas e, até um certo ponto, são arbitrárias. No entanto, a cronologia está razoavelmente aproximada.

⁷ Um número bastante grande de artigos faz referência à resolução de problemas ou inclui a resolução de problemas como um aspecto dos estudos, mas muito poucos têm a resolução de problemas como o foco central da investigação.

Algumas razões para o decréscimo da investigação em resolução de problemas

Razão 1. Pensamos que já sabemos tudo o que há para saber acerca da resolução de problemas.

Na minha opinião as *Normas* do NCTM prejudicaram a investigação em resolução de problemas nos Estados Unidos. Hoje é um lugar comum em trabalhos e artigos de investigação, guias curriculares, e outro tipo de relatórios ver referências a estes e a outros documentos da reforma em educação matemática como fontes incontestáveis para desenvolver uma linha de acção para as suas actividades. Em particular, demasiadas vezes, os investigadores utilizam a ênfase das *Normas* na resolução de problemas como a base principal para os seus esforços, em vez de enquadrarem o seu trabalho na literatura de investigação entretanto estabelecida. Isto sugere que não é mais necessária a referência ao corpo da literatura em resolução de problemas - as *Normas* tornaram-se a autoridade.

Este estado de coisas é muito preocupante porque nem os *Curriculum and Evaluation Standards* nem os *Professional Teaching Standards* podem considerar-se relatórios baseados na investigação e por muito boa que a investigação tenha sido nestes últimos 15 anos, não temos certamente todas as respostas para questões importantes da aprendizagem e do ensino da resolução de problemas de Matemática. (Na *Razão 4* - *abaixo* discutida - sugiro indirectamente que, na verdade, apenas começamos a aprender algo de válido acerca da resolução de problemas.)

Razão 2. Outras questões e problemas desviaram a atenção da resolução de problemas.

Muitas novas questões e problemas - alguns nada relacionados com a resolução de problemas - foram identificados nos últimos anos tendo contribuído para desviar a atenção dos investigadores da resolução de problemas. Antes da publicação das *Normas* a resolução de problemas era o foco da Matemática escolar (NCTM, 1980). No entanto, com a publicação dos *Curriculum and Evaluation Standards*, a resolução de problemas teve de partilhar o centro do palco com as conexões, com a comunicação e com raciocínio. Cada uma destas quatro normas atraiu a atenção alguns investigadores. Mais recentemente questões associadas com tópicos tais como concepções acerca da natureza da Matemática, influências sócio-culturais na aprendizagem da Matemática, aplicações da Matemática e avaliação ganharam importância no interesse dos investigadores.

Razão 3. O Construtivismo substituiu a resolução de problemas como posição "ideológica" dominante na condução de investigação em educação matemática,

Se, há uma década, a importância fundamental da resolução de problemas era a orientação proeminente entre os educadores matemáticos dos Estados Unidos, não há dúvida que o construtivismo é agora a posição ideológica/ filosófica dominante. Além, disso, indicações recentes mostram que alguns investigadores utilizam a "resolução de problemas" e o "construtivismo" indistintamente. O resultado desta posição é o de que a atenção directa à resolução de problemas (e a utilização da terminologia de resolução de problemas) tem vindo a diminuir⁸

Razão 4. A resolução de problemas é ainda mais complexa do que alguma vez pudéssemos pensar

Edward Begle (1971), que é considerado por muitos o pai do movimento da "Matemática Moderna" nos Estados Unidos, referiu que "a educação matemática é muito mais complicada do que se pode esperar muito embora se esperasse que fosse mais complicada do que aquilo que se esperava (p. 30). Esta forma de ver as coisas é especialmente adequada quando se discute a resolução de problemas. A resolução de problemas é uma actividade que requer que um indivíduo se envolva numa variedade de acções cognitivas cada uma das quais exigindo algum conhecimento e capacidade. Além disso, estas acções cognitivas são influenciadas por de factores não cognitivos. Ou seja, pela sua natureza mais intrínseca, a resolução de problemas é uma forma extremamente complexa de desafio que envolve muito mais do que o simples recordar de factos para a aplicação de procedimentos bem aprendidos. Além do mais, a capacidade para resolver problemas de Matemática desenvolve-se lentamente ao longo de um período muito alargado de tempo porque o seu sucesso depende de muito mais do que os conhecimentos de conteúdos. O desempenho em resolução de problemas parece ser uma função de pelo menos cinco categorias alargadas e interdependentes de factores: (1) aquisição e utilização de conhecimentos; (2) controlo; (3) concepções; (4)

⁸ Parece-me que não é necessário ser-se construtivista para se acreditar numa «abordagem da resolução de problemas» ao ensino, nem se tem que acreditar na abordagem da resolução de problemas para se ser construtivista. No entanto, os autores de alguns manuscritos recentemente submetidos para publicação no *Journal for Research in Mathematics Education* sugerem que estas duas posições são essencialmente idênticas.

factores do domínio afectivo; e (5) contextos sócio-culturais. Estas cinco categorias intersectam-se (e.g., não é possível separar completamente factores do domínio afectivo, concepções e contextos sócio-culturais) e relacionam-se numa variedade de formas tão vasta que não é possível descrevê-las em poucas páginas (Lester et al., 1992). Na verdade, parafraseando Begle, a resolução de problemas é muito mais complicada do que alguém pudesse esperar muito embora se esperasse que fosse mais complicada do que aquilo que se esperava. Tendo aberto a “Caixa de Pandora” os investigadores podem agora estar relutantes em tornar-se mais envolvidos numa área de investigação tão problemática.

Problemas e questões que hoje nos devem preocupar

Termino este trabalho comparando os problemas e questões formulados por Schoenfeld (1992) na sua recente análise da investigação em resolução de problemas com os que eu próprio formulei na minha síntese de investigação desenvolvida principalmente em 1970-1979 (Lester, 1980). Penso que esta comparação nos transmite a mensagem de que, embora tenhamos feito um progresso substancial na investigação em resolução de problemas, sabemos ainda demasiado pouco para deixarmos de prestar atenção a questões tão fundamentais como: Como se desenvolve a capacidade de resolução de problemas? Que factores influenciam este desenvolvimento? e Como é que os estudantes podem ser ajudados a tornarem-se melhores resolvidores de problemas e, por isso, melhores "fazedores" de Matemática?

As minhas perspectivas em 1980

A minha revisão da literatura de investigação em 1980 foi escrita no início do período mais activo na história da investigação em resolução de problemas dos Estados Unidos (Lester, 1980). Nessa revisão identifiquei sete problemas "chave" para futura investigação. A utilização que fiz de termos tais como "tratamento" e "Sujeitos" é datada, mas os problemas e as questões ainda parecem actualizados nos nossos dias.

1. O desenvolvimento de teoria necessita de ser a primeira prioridade.
2. É necessária muito mais clareza quanto ao significado da resolução de problemas.
3. É necessário desenvolver Instrumentos" de investigação para medir o desempenho e para observar o comportamento.

4. Como se deve ensinar a resolução de problemas?
5. Qual é o tempo necessário para um "tratamento" de investigação?
6. Quem devem ser os "sujeitos" da investigação em resolução de problemas?
7. É necessário prestar mais atenção à "transferência" do que foi aprendido.

As perspectivas de Schoenfeld em 1992

Schoenfeld (1992) conclui o seu ensaio acerca do estado da investigação em pensamento matemático, resolução de problemas, metacognição e desenvolvimento significativo em Matemática com uma discussão de vários "problemas teóricos e práticos que necessitam atenção e clarificação" (p. 363). O paralelismo entre estes problemas e os que eu formulei há 12 anos atrás é surpreendente. Sintetizei os problemas formulados por Schoenfeld, conforme se segue (Entre parêntesis está um comentário em que se compara cada problema com os problemas que formulei há 12 anos atrás):

1. É necessário mais clareza quanto ao significado do termo «resolução de problemas». *(Comentário: Aparentemente, após mais de uma década de investigação, este problema absolutamente fundamental permanece no centro das preocupações. Era a minha segunda questão.)*
2. Os métodos de investigação são inadequados e necessitam de muito mais clareza. Em geral, como deveremos estudar os fenómenos tão complexos como os que estão associados com a resolução de problemas? Em particular, quais são os bons e para que propósitos? Quais são os que necessitam mais desenvolvimento e elaboração? *(Comentário - Este problema está relacionado com a minha preocupação acerca do desenvolvimento de instrumentos questão 3.)*
3. Como é que o conhecimento do domínio (Ele chama a este conhecimento "recursos") se relaciona com outros aspectos da actividade de resolução de problemas (e.g., utilização de estratégias, controlo, concepções). Temos que estudar estas relações se verdadeiramente queremos compreender a resolução de problemas. *(Comentário: Embora Schoenfeld não se refira directamente ao desenvolvimento de teoria, este problema parece estar intimamente relacionado com a minha primeira questão.)*
4. Ainda sabemos muito pouco acerca do papel do controlo (i.e., monitorização, regulação e consciência acerca dos pontos fortes e fracos). *(Comentário- Em 1980, para mim e outros investigadores, o controlo ainda não era objecto de atenção.)*

5. Sabemos ainda muito pouco acerca do papel das concepções e dos factores do domínio afectivo na resolução de problemas. (*Comentário: Este problema, tal como o anterior, surgiu da ênfase posta na investigação após 1980.*)
6. Há numerosas questões ainda não abordadas relacionadas com o ensino e a avaliação da resolução de problemas. (*Comentário: Embora a avaliação não fosse ainda uma preocupação dos investigadores antes de 1980, a minha preocupação pelos problemas do ensino da resolução de problemas está claramente evidenciada nas minhas questões 4, 5 e 7.*)

Referências

- Begle, E. G. (1971). Report on a conference on responsibilities for school mathematics in the 70s. Stanford, CA: School Mathematics Group.
- Charles, R. I. & Silver, E. A. (Eds.) (1989). *The teaching and assessing of mathematical problem solving*. Reston, VA: NCTM.
- Goldin, G. A. & McClintok, C. E. (Eds.) (1984). *Task variables in mathematical problem solving*. Philadelphia, PA: Franklin Institute Press. (Original work published in 1979 by the Franklin Institute Press)
- Hembree, R. & Marsh, H. (1993). Problem solving in early childhood: building foundations. In Owens, D. (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Kilpatrick, J. (1985). A Retrospective account of the past 25 years of research on teaching mathematical problem solving. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kroll, D. L. & Miller, T (1993). Insights from research on mathematical problem solving in the middle grades. In D. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Lester, F. K. (1980). Mathematical problem solving research. In R. J. Shumway (Ed.), *Research in mathematics education*. Reston, VA: NCTM.
- Lester, F. K. (1983). Trends and issues in mathematical problem-solving research. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*. Orlando, FL: Academic Press.
- Lester, F. K. & Garofalo, J. (1982). *Mathematical problem solving: Issues in research*. Philadelphia, PA: Franklin Institute Press.
- Lester, F. K., Garofalo, J. & Kroll, D. L. (1989). Self Confidence, interest, beliefs, and metacognition: Key influences on problem-solving behavior. In D. B. McLeod & V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective*. New York: Springer-Verlag.
- Lester, F. K., Maki, D., LeBlanc, J. F. & Kroll, D. L. (Eds.). (1992). Content component. Volume 11 of the final report to the National Science Foundation of the project, *Preparing elementary teachers to teach mathematics: A*

problem-solving approach (grant number TEI 8751478). Bloomington, IN: Mathematics Education Development Center, Indiana University.

- National Council of Teachers of Mathematics (1980). *An agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980s*. Reston, VA: Autor.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Autor.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Autor.
- Pólya, C. (1973). *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University Press (Original work published 1945).
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*, Orlando, FL: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1987). *Cognitive science and mathematics education*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of Research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan & NCTM.
- Schroeder, T. L. & Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In P. R. Trafton (Ed.), *New directions for elementary school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Silver, E. A. (Ed.). (1985). *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wilson, J., Fernandez, M., & Hadaway, N. (1993). Mathematical problem solving. In Wilson, P. S. (Ed.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM/Macmillan.