

Os relatórios na avaliação das tarefas de investigação¹

Cláudia Canha Nunes

cjohnent@yahoo.com.br

Escola Básica 2/3 Almirante Gago Coutinho

Resumo. Este texto tem por base um estudo realizado numa turma de 7º ano de escolaridade em que propus aos alunos que realizassem tarefas de investigação de cunho algébrico. O meu objectivo é compreender o papel que a elaboração de relatórios e o meu subsequente *feedback* pode promover o desenvolvimento das suas aprendizagens. Através do relato de alguns episódios de aula e de relatórios de tarefas de investigação, procuro evidenciar alguns aspectos que se relacionam com a dinâmica gerada nas aulas. A análise dos dados recolhidos evidencia que a realização destas tarefas facilitou o reconhecimento de regularidades por parte dos alunos, permitiu-lhes formalizar algumas regras, explicitando-as em linguagem corrente e representando-as através de fórmulas. As dificuldades iniciais na realização das tarefas de investigação, principalmente na elaboração do relatório escrito, foram superadas com a continuação do trabalho. Os alunos revelaram uma evolução positiva na exploração das tarefas de investigação, tendo elaborado produtos finais e relatórios escritos de melhor qualidade.

Introdução

Em 2002, o Ministério da Educação (GAVE, 2002) divulgou dados pouco animadores referentes ao desempenho dos alunos em Matemática. Mais recentemente, o estudo internacional PISA (2004) confirma que os nossos alunos revelam sérias dificuldades em Matemática, em particular na Álgebra. Para esta situação contribuem possivelmente diversos factores, como a forma como os manuais escolares abordam este tema, as características das tarefas habitualmente propostas pelo professor e o seu estilo de gestão curricular (Nunes e Alves, 2005). A realização de tarefas matemáticas de cunho investigativo pode desempenhar um papel importante na aprendizagem da Matemática e, em particular, no desenvolvimento do pensamento algébrico. Isso mesmo é apontado pelo *Relatório Matemática 2001* que refere “a necessidade de se continuar a insistir que a prática pedagógica precisa de valorizar tarefas que promovam o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos” (APM, 1998, p. 43). Assim, torna-se importante analisar o papel das tarefas de investigação no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, bem como perceber que formas de gestão curricular e de avaliação podem ajudar a regulação do processo de ensino-aprendizagem.

¹ Uma parte substancial deste artigo é baseada em Nunes (2004).

As tarefas de investigação

Numa perspectiva construtivista, o aluno só aprende em actividade e esta terá de ser significativa, para que exista efectivamente aprendizagem. Já em 1988, a Associação de Professores de Matemática defendia esta ideia através do documento *Renovação do Currículo em Matemática*:

A experiência matemática deve constituir o paradigma das actividades escolares nesta disciplina. Desde o princípio da escolaridade até ao fim do ensino secundário, e de acordo com o nível de desenvolvimento e maturidade dos alunos, estes deverão estar mergulhados num ambiente intelectualmente estimulante, no qual experimentar e fazer matemática sejam actividades naturais e desejadas (APM, 1988, p. 40).

As tarefas são uma das principais formas de envolver os alunos em actividade. As *Normas para profissionais para o ensino da Matemática* (NCTM, 1994) distinguem diferentes tipos de tarefas matemáticas: “projectos, problemas, construções, aplicações e exercícios em que os alunos se envolvem” (p. 22). No contexto educativo é muito usual falar-se de exercícios e problemas. Para Pólya (1945), os exercícios são tarefas para as quais se conhece à partida o processo e conduz à solução e os problemas são tarefas para as quais o processo é desconhecido.

As tarefas de investigação podem considerar-se um tipo especial de problemas, de natureza aberta. Segundo Ernest (1991), um processo próprio das investigações matemáticas é a formulação de problemas. Uma vez que a situação de partida não está bem definida, impõe-se a formulação de um problema que desencadeie a actividade. Para este autor, numa investigação matemática não basta conhecer a situação ou a questão matemática de partida. Importa ter em conta que o foco da actividade muda sempre que novas questões são formuladas, possibilitando a quem investiga a exploração de diferentes situações. Seguindo a mesma linha de pensamento, Ponte (2003) refere que numa investigação

O ponto de partida é uma situação aberta, na qual a questão não está completamente definida, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua formulação. Sendo possível concretizar de vários modos os pontos de partida, os pontos de chegada, naturalmente também podem ser diferentes. (p. 100)

Assim, numa investigação nada está determinado *a priori*, uma vez que, em cada momento, a pessoa que investiga pode mudar o caminho a percorrer, formulando novas questões. A ênfase está no percurso e na forma como se explora uma questão da Matemática, não na meta que se pretende alcançar (Pirie, 1987).

Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) referem que investigar, em contextos de ensino-aprendizagem, não significa necessariamente trabalhar com problemas matemáticos muito sofisticados. Pelo contrário, significa “trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado” (p. 9). Estes autores salientam que as investigações matemáticas envolvem conceitos, procedimentos e representações matemáticas, porém o que mais fortemente as caracteriza é o estilo de conjectura-teste-demonstração.

Salientando a importância educacional das tarefas de investigação, Oliveira, Ponte, Cunha e Segurado (1997) referem que estas:

- Constituem uma parte essencial da actividade matemática e são portanto essenciais para proporcionar uma visão completa desta ciência;
- Estimulam nos alunos o tipo de envolvimento necessário para que possa ocorrer uma aprendizagem;
- Fornecem pontos de partida múltiplos para alunos de diversos níveis de competência matemática;
- Estimulam um modo de pensamento globalizante, essencial no raciocínio matemático, relacionando muitos tópicos e estratégias de pensamento (p. 135).

A cuidadosa estruturação da tarefa, verbal ou escrita, é crucial para o seu sucesso. No contexto da Matemática escolar, as tarefas de investigação a realizar pelos alunos procuram levá-los a assumir o papel de matemáticos. As boas tarefas são aquelas que não separam o pensamento matemático dos conceitos matemáticos ou aptidões, que despertam a curiosidade dos alunos e que os convidam a especular e a aprofundar as suas intuições (NCTM, 1994, p. 27). Cabe, por isso, ao professor a realização de um trabalho cuidadoso na planificação e preparação de cada tarefa, tendo sempre presente o grau de maturidade matemática dos alunos e as características do grupo-turma. No entanto, esta é apenas uma pequena parte do papel do professor. Outra parte, igualmente importante, tem a ver com a avaliação.

O papel da avaliação formativa

As investigações são actividades de aprendizagem e, como tal, têm de ser avaliadas (Ponte, Brocardo e Oliveira, 2003). Essa avaliação permitirá ao professor obter informações importantes sobre a evolução das aprendizagens dos alunos, e consequentemente, regular o processo de ensino-aprendizagem.

Como refere Santos (2002), a avaliação tem assumido, cada vez mais, uma função pedagógica como elemento regulador no processo de ensino-aprendizagem. A sua principal função é ajudar a melhorar a formação dos alunos, envolvendo interpretação, reflexão, informação e decisão sobre os processos de ensino-aprendizagem. Estamos pois, a falar da avaliação formativa, que segundo Hadji (1994) tem algumas funções anexas a esta função geral de ajudar a promover a aprendizagem:

- *segurança*: consolidar a confiança do aprendente em si próprio;
- *assistência*: marcar etapas, dar pontos de apoio para progredir;
- *feedback*: dar, o mais rapidamente possível, uma informação útil sobre as etapas vencidas e as dificuldades encontradas;
- *diálogo*: alimentar um verdadeiro diálogo entre professor e aprendente que esteja fundamentado em dados precisos (p. 64).

Por outro lado, a abordagem positiva do erro e o questionamento são duas estratégias possíveis para desenvolver a capacidade dos alunos de reflectirem sobre o seu próprio progresso e desempenho (Santos, 2002). O erro contém informação sobre o modo como o aluno tentou resolver a tarefa. Depois de identificado e compreendido o erro, torna-se mais fácil ao aluno corrigir e evitar repeti-lo. Se este for apenas contabilizado, o aluno dificilmente compreende porque é que errou e o que é que tem de aprender para evitar repeti-lo. O questionamento, ajuda a reflectir e a questionar sobre o que se faz e como se faz, desenvolvendo a tomada de consciência sobre o processo de aprendizagem. Este não é mais que uma das estratégias de ensino-aprendizagem utilizadas pelo professor, que requer a adopção de uma cultura de aula com uma dinâmica centrada na segurança, assistência, *feedback* e diálogo, em que os alunos têm oportunidade para argumentar e justificar os seus raciocínios e estratégias.

Na avaliação de tarefas de investigação é frequente recorrer-se a dois modos e instrumentos de avaliação: a observação directa dos alunos durante a realização da

tarefa e o relatório escrito (Varandas, 2000). É este último que constitui o foco deste artigo. Os relatórios de tarefas de investigação são produções escritas pelos alunos, onde estes descrevem, argumentam e criticam a exploração de uma dada tarefa ou situação de investigação. Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) salientam que os alunos podem referir não só as conclusões que tiraram, mas também os processos que usaram para chegarem a essas conclusões. E reforçam esta ideia apresentando algumas sugestões de aspectos que enriquecem a informação contida no relatório:

Nesses processos podem incluir-se as questões levantadas acerca da situação proposta, a bibliografia e outras fontes consultadas, o modo como organizaram os dados, as conjecturas provadas e não provadas, os procedimentos usados para a validação das conjecturas, etc. (p. 110)

Para os autores, ao incluir no seu relatório alguma informação sobre estes aspectos, os alunos permitem ao professor conhecer não só as conclusões a que chegaram, mas também os processos utilizados na exploração da tarefa.

A realização de relatórios de tarefas de investigação permite desenvolver o raciocínio, a argumentação, o gosto pela pesquisa, a persistência e a responsabilidade (Abrantes, Leal, Teixeira e Veloso, 1997; Brocardo, 2001; Fonseca, 2000; Nunes, 2004; Rocha, 2003; Segurado, 1997; Varandas, 2000). Neste contexto, Santos (1997) afirma que é importante para o aluno experimentar situações de aprendizagem em que tenha de apresentar raciocínios sobre a exploração de tarefas matemáticas e acrescenta:

Depois de articular oralmente os seus argumentos e ideias é importante que o aluno se habitue a registar por escrito o seu pensamento e se acostume com a ideia de que a versão escrita final nem sempre fica pronta numa primeira tentativa. Colocar ideias no papel de forma clara e articulada é um processo que se aprende ao longo da caminhada (p. 23).

Qualquer tema de Matemática proporciona ocasiões para a realização de actividades de natureza investigativa. A produção do relatório da tarefa de investigação tem como objectivo ajudar os alunos a enunciar as diferentes fases da investigação, os materiais utilizados, as estratégias de investigação, as conjecturas formuladas e a sua verificação, e a argumentar e comunicar por escrito as suas conclusões. De acordo com a natureza e os objectivos de cada tarefa, o relatório pode ser individual ou em grupo. Neste estudo, o conteúdo dos relatórios foi negociado com os alunos no início do ano

lectivo e tem uma parte em que os alunos realizam a auto-avaliação individual e do grupo (com cinco linhas cada, aproximadamente)². A avaliação dos relatórios tem como referência os objectivos previamente definidos em cada tarefa e é realizada com base numa tabela de descritores (Anexo 4). O meu *feedback* escrito e oral aos relatórios, tem como objectivo a evolução progressiva e contínua das aprendizagens dos alunos.

O pensamento algébrico

A Álgebra é dos quatro temas da Matemática que integram o *Currículo nacional*. A necessidade de uma sociedade tecnologicamente competitiva em diversos ramos da economia mundial gera novas profissões e a importância de raciocínio algébrico nessas novas áreas, serviram de propulsor para que alguns autores se debruçassem sobre esta problemática, sob o signo “Álgebra para todos”. A escolha das tarefas a desenvolver pelos alunos deve ser feita de forma criteriosa para proporcionar uma iniciação ao pensamento algébrico bem sucedida (Kieran e Chalouh, 1993). Boulton-Lewis, Cooper, Atwet, Pillay e Wilss (1998) sugerem que, em virtude de os procedimentos aritméticos serem intuitivamente aplicados pelos alunos, estes deveriam servir de base para o desenvolvimento de um pensamento algébrico intuitivo. Este facto é salientado por Greenes e Findell (1999) ao referirem que, com frequência, os estudantes com sucesso no cálculo aritmético têm depois êxito no cálculo algébrico. Estes autores indicam sete grandes ideias de Álgebra sobre quais os alunos deveriam saber argumentar – raciocínio dedutivo e indutivo, representação, igualdade, variável, função e proporção, que explicitam do seguinte modo:

- a “dedução” é um processo que envolve a concretização, em casos particulares, de propriedades gerais;
- a “indução” envolve examinar casos particulares, identificar as relações entre esses casos, e generalizar essas relações;
- a representação é o processo que exhibe relações matemáticas, graficamente, ou simbolicamente;
- o conceito de igualdade, ou equilíbrio, é fundamental na compreensão de equações e inequações (Por este motivo, os alunos têm de aprender a transformar expressões e equações noutras

² Em Nunes (2004) descrevo o modo como os alunos realizaram seis relatórios de tarefas de investigação, três na unidade temática “Conhecer melhor os números”, dois na unidade temática “Os números racionais” e um na unidade temática “Equações”. Contudo, neste artigo apenas três destes relatórios são analisados em pormenor.

equivalentes e alterar as desigualdades de modo a obterem igualdades);

- em Álgebra, as variáveis são utilizadas de vários modos, assim o conceito de “variável” é central na transição de Aritmética para Álgebra e é necessário desde que é introduzido. (Uma vez que a percepção deste conceito não é imediata, os estudantes necessitam de ter experiências com variáveis que representam números desconhecidos mas específicos, tal como de variáveis que realmente variam de valor);
- uma “função” é uma relação, na qual duas variáveis são unidas por uma regra, que une o primeiro elemento fixado com um único segundo elemento;
- separam o conceito de “proporção”, em virtude de ser um tópico presente em todos os níveis de ensino de Matemática e de também ser um conceito importante noutras áreas disciplinares.

Os *Principles and standards 2000* (NCTM, 2000) referem que *compreender modelos, relações e funções* constituem aspectos do pensamento algébrico a desenvolver nos alunos do ensino básico. Indicam, como estratégia para se alcançar esse objectivo, que nos primeiros anos o ensino básico os alunos devem desenvolver a capacidade de ordenar e classificar e nos anos seguintes, através da descrição de regularidades, iniciar a utilização de variáveis e a escrita de expressões algébricas simples. Consideram ainda que, no final do ensino básico, os alunos não se devem sentir constrangidos a trabalharem com notação, nem em descreverem relações que vão encontrando nas diferentes tarefas propostas. Numa perspectiva semelhante, Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), referem a importância dos alunos identificarem regularidades em Matemática, por exemplo através de investigações de padrões em sequências geométricas ou numéricas e formularem as suas generalizações. Deste modo, enfatizam os autores, os alunos estão a começar a dar os seus primeiros passos na abstracção. Para isso, importa que os alunos se envolvam em actividades de carácter exploratório e investigativo que contribuam, não só para a descoberta e comunicação de generalizações, mas também para o desenvolvimento de capacidades relacionadas com o pensamento algébrico (Abrantes *et al.*, 1999; NCTM, 2000).

A realização de experiências de equilíbrio, utilizando pratos de balança, proporciona aos alunos condições para que melhorem a sua capacidade de resolução de equações e inequações. Além disso, eles precisam de ter experiências com variáveis que representam tanto números desconhecidos, mas específicos, como com variáveis que realmente variam de valor. Os problemas de raciocínio algébrico têm caminhos de

solução múltiplos, e permitem abordagens criativas pelo que os alunos deveriam ser encorajados a explorar métodos de solução alternativos (Nunes e Alves, 2005). Assim, o acompanhamento do desenvolvimento do pensamento algébrico carece de especial cuidado por parte do professor, tende sempre presente o objectivo “Álgebra para todos”.

Metodologia de investigação

O presente estudo tem uma natureza qualitativa, de cunho essencialmente interpretativo (Bogdan e Biklen, 1994). Escolhi esta metodologia uma vez que procurei compreender o papel das tarefas de investigação no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos e de que modo a avaliação formativa actua na regulação do processo de ensino-aprendizagem. O facto da investigação ter sido feita na minha turma leva a que se trate também de uma investigação sobre a minha prática profissional, tendo a componente reflexiva um papel decisivo em todas as fases do trabalho. Segundo Ponte (2002), “a investigação sobre a prática visa resolver problemas profissionais e aumentar o conhecimento relativo a estes problemas, tendo por referência principal, não a comunidade académica, mas a comunidade profissional” (p. 12). De acordo com a questão do estudo, procurei chegar a um produto final que correspondesse a uma descrição rica dos acontecimentos. Por outro lado, pretendi interpretar esta descrição com o objectivo de formular hipóteses susceptíveis de explicar as reacções dos alunos e de relacionar a sua evolução com a experiência de ensino-aprendizagem que viveram.

Participou neste estudo uma turma formada por 27 alunos, sendo 11 raparigas e 16 rapazes. No início do ano lectivo de 2002/03, as idades variavam entre os 11 e 14 anos, tendo a grande maioria dos alunos 12 anos. Quase todos faziam parte da mesma turma no 6º ano, com a excepção de dois alunos que eram repetentes de 7º ano. Quanto ao passado escolar, 6 outros alunos apresentaram retenções. O trabalho realizado ao longo do ano caracterizou-se por: (i) boa relação da professora com a turma; (ii) receptividade dos alunos em relação à realização de novas tarefas e à utilização de uma diversidade de modos e instrumentos de avaliação; (iii) existência, na turma, de hábitos de trabalho de pares e de grupo; e (iv) não haver casos graves de indisciplina. Os encarregados de educação, de uma forma geral, iam regularmente às reuniões convocadas pelo director de turma. Usualmente, aceitavam o que a escola fazia e, em particular, não levantaram qualquer objecção a este projecto. Assim, autorizaram que os seus filhos fossem entrevistados fora das aulas, participaram nas duas reuniões

convocadas pela docente da turma e manifestaram uma certa expectativa quanto à mudança de atitude dos seus educandos em relação à Matemática.

Os dados recolhidos para este estudo foram obtidos do contributo dos alunos, da professora e dos encarregados de educação, recorrendo ao diário de bordo, entrevista, questionário e análise de diversos documentos. A análise de dados foi realizada em duas fases. Na primeira fase, durante a recolha de dados, fiz uma primeira análise com a finalidade de poder organizar e interpretar os elementos recolhidos. A segunda fase de análise, mais profunda e definitiva, ocorreu após o trabalho de campo, de modo a responder à questão em estudo.

Planificação do trabalho

No plano metodológico, uma etapa importante deste trabalho, consistiu na planificação do ano lectivo que foi feito em colaboração com a professora Sofia Tomaz Alves. Decidimos empreender este projecto colaborativo por várias razões, tais como: partilharmos preocupações comuns sobre as aprendizagens dos alunos; ambas nos encontrarmos a leccionar 7º ano de escolaridade; e desejarmos ultrapassar a cultura escolar de isolamento e de individualismo profissional, tendo deste modo, alguém com quem dialogar e reflectir, possibilitando aprendizagens e reflexões enriquecedoras, favorecedoras do nosso desenvolvimento profissional.

Reunimos quinzenalmente para escolher e/ou criar tarefas, reflectir e reajustar estratégias relativas à gestão das aulas, e partilhar as nossas experiências. Como nos encontrávamos a leccionar em escolas diferentes e a residir a 120 quilómetros de distância, para além das reuniões, mantínhamos o contacto por correio electrónico e por telefone.

Neste estudo decidi dar ênfase às tarefas de investigação, por considerar importante a sua realização pelos alunos, uma vez que constituem boas oportunidades de aprendizagem e desenvolvimento do pensamento algébrico. Por outro lado, estas tarefas permitem uma avaliação de sentido claramente positivo, dirigida ao que o aluno sabe e não ao que não sabe. As situações criadas pretendem dar-lhes oportunidade de desenvolver as suas potencialidades, escolhendo diferentes estratégias e, ao encorajarem a reflexão, a organização e a comunicação de ideias, estão associadas a alguns dos objectivos essenciais do *Currículo nacional* (ME-DEB, 2001). Por outro lado, estas situações procuram estimular a criatividade e a discussão entre os alunos.

A realização das tarefas envolve três fases: (1) introdução; (2) exploração; e (3) apresentação das conclusões dos alunos e sua discussão. O relatório, a elaborar no fim da fase (2), tem como objectivo ajudar os alunos a enunciar as diferentes fases da investigação, as suas estratégias de investigação, as conjecturas formuladas, os materiais utilizados e a sua verificação e a argumentar e comunicar por escrito as suas conclusões. Na apresentação e discussão das diferentes explorações, os alunos tiveram uma participação activa através da apresentação oral das suas metodologias e soluções, idas ao quadro, apresentação de dúvidas e utilização de tecnologias.

Procurei sempre criar um ambiente de aprendizagem descontraído e construtivo, em que os alunos se sentissem à vontade para colocar dúvidas e questões, pudessem tomar consciência da evolução das suas aprendizagens e sentir-se motivados para aprender e “descobrir” a Matemática. Assim, as diversas unidades foram planificadas de forma a haver:

- Tarefas de investigação para introduzir novos conceitos ou para aplicar conceitos estudados;
- Aulas com exposição de matéria e resolução de exercícios e problemas do manual adoptado;
- Momentos de reflexão, regulação e reformulação de estratégias com o objectivo de melhorar e enriquecer o processo de ensino-aprendizagem, com recurso ao *feedback* da professora para os alunos e à auto-avaliação dos alunos;
- Pesquisa de informação e curiosidades matemáticas na mediateca, para melhoria dos relatórios das tarefas de investigação;
- Jogos lúdicos;
- Momentos para pequenas conversas informais sobre questões da escola ou preocupações dos alunos.

A dinâmica de aula com tarefas de investigação

Uma análise neste texto dos relatórios realizados pelos alunos em todas as tarefas seria inevitavelmente muito extensa e repetitiva. Assim, apresento apenas a perspectiva final dos alunos sobre os relatórios, bem como uma descrição e análise pormenorizada dos relatórios de três tarefas, procurando evidenciar a sua evolução ao longo do ano:

- *Tarefa 1*: “Exploração com números” (Anexo 1), da unidade “Conhecer melhor os números”, realizada a 13 e 20 de Janeiro de 2003;
- *Tarefa 4*: “Cadeia dos racionais” (Anexo 2), da unidade “Os números racionais”, realizada a 28 de Março de 2003;
- *Tarefa 6*: “Em equilíbrio...” (Anexo 3), da unidade “Equações”, realizada a 23 de Maio de 2003.

Qualquer destas tarefas apela à descoberta matemática e ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Na primeira, a questão de investigação não está definida, o que permite aos alunos aperceberem-se, progressivamente, da grande diversidade de caminhos por onde pode enveredar a sua investigação, obrigando à tomada de decisões sobre o foco da sua atenção. Pelo contrário, na segunda e terceiras tarefas a questão de investigação está completamente definida. Aos alunos cabe apenas encontrar um processo que não conhecem à partida e que permita responder às questões colocadas.

Na introdução das tarefas, optei por não realçar ou explicitar características particulares do tipo de trabalho proposto. Apenas o fiz na primeira tarefa, uma vez que anteriormente os alunos nunca tinham efectuado trabalho desta natureza. Tomei esta opção por considerar que a percepção destas características se desenvolve a partir de um trabalho continuado em torno das tarefas e da reflexão.

As três tarefas de investigação foram realizadas em pares e a sua exploração envolveu três fases: (1) introdução da tarefa; (2) exploração da tarefa; e (3) apresentação das conclusões dos alunos e discussão. No fim da fase (2) os alunos elaboraram (em pares) o seu relatório. Uma vez que um dos objectivos do presente estudo é analisar de que modo é que eles se apercebem da função formativa e reguladora da avaliação, decidi que na primeira tarefa, a fase (3) seria realizada após uma primeira avaliação dos relatórios das tarefas de investigação e de eu ter elaborado o meu *feedback* escrito. Esta decisão implicou que cada tarefa nunca foi totalmente concluída numa aula.

Tarefa 1: “Exploração com números”

A primeira tarefa, “*Exploração com números*” (Anexo 1), foi pensada para rever alguns conceitos anteriormente estudados e introduzir novos conceitos através da descoberta de regularidades.

Procedimento e contexto de avaliação. Esta tarefa foi realizada logo na segunda semana de aulas do 2º período. Como todas as aulas eram de 90 minutos, decidi dividir a sua realização em duas partes: as fases (1) e (2) foram realizadas nos segundos 45 minutos do dia 13 de Janeiro e o desenvolvimento da fase (2) e a fase (3) nos primeiros 45 minutos do dia 20 de Janeiro, após uma primeira avaliação dos relatórios das tarefas de investigação e de ter dado aos alunos o meu *feedback* escrito.

Houve um pouco de agitação quando informei os alunos que a proposta de trabalho era a realização da tarefa 1. Tal como já referi, os alunos nunca tinham realizado tarefas de investigação e, conseqüentemente, nunca tinham elaborado um relatório. Assim, optei por ler o enunciado da tarefa e fazer uma breve referência ao tipo de trabalho proposto:

Vão trabalhar em grupos de dois e vão registar as vossas investigações num pequeno relatório de grupo. Voltem a ler o enunciado e no fim está escrito o que deve constar do vosso relatório. Não se esqueçam de como é importante pensar, discutir e experimentar. Bom trabalho! (DB 3)³

Durante a realização da tarefa fui passando pelos vários grupos de modo a aperceber-me das dificuldades que os alunos sentiam e dialoguei com eles procurando ajudá-los através do questionamento:

Já encontraram uma regularidade. Será essa a única regularidade que existe na 1ª coluna? Como é que são gerados esses números? Vamos pôr essas cabeças a pensar. Mais uma questão: Que outros números conhecem? (DB 3)

Nesta tarefa 1 os alunos tiveram alguma dificuldade em iniciar o seu trabalho e começaram a surgir várias questões: “Não percebemos o que é para fazer. O que fazemos com estes números? Continuamos a sequência?”. Esta situação alterou-se quando o grupo de Laura e Filipe colocou uma dúvida em voz alta:

Laura: Stora, nós vimos que na primeira coluna os números “vão” de 4 em 4. Isto é uma regularidade. Podemos escrever isto no nosso relatório?

Professora: Claro que sim! Mas, será essa a única regularidade que existe na 1ª coluna? Como é que são gerados esses números? (Deixei os dois alunos a pensar e reparei que o resto da turma tinha estado atenta à

³ (DB 3) significa que os dados foram retirados da 3ª semana do diário de bordo.

questão deste grupo e também já estavam a tentar encontrar mais regularidades, pouco depois...)

Laura e Filipe: Já descobrimos! Já descobrimos! São múltiplos...

(Eu interrompi esta manifestação de alegria com um sorriso e fazendo sinal de silêncio...)

Professora: Boa, é isso mesmo! Escrevam a vossa descoberta! Os vossos colegas têm que tentar descobrir sozinhos. (DB 3)

Todo este entusiasmo assim como os meus comentários fizeram com que os restantes alunos começassem a tentar encontrar outras regularidades e mais depressa do que qualquer outro grupo. Foi uma competição saudável. Apesar de estarem a trabalhar dois a dois, houve alunos que não deixaram de tentar ajudar outros colegas que ainda estavam um pouco confusos.

Os relatórios produzidos pelos alunos evidenciam diferentes estratégias de exploração da tarefa e as dificuldades sentidas nesta primeira investigação:

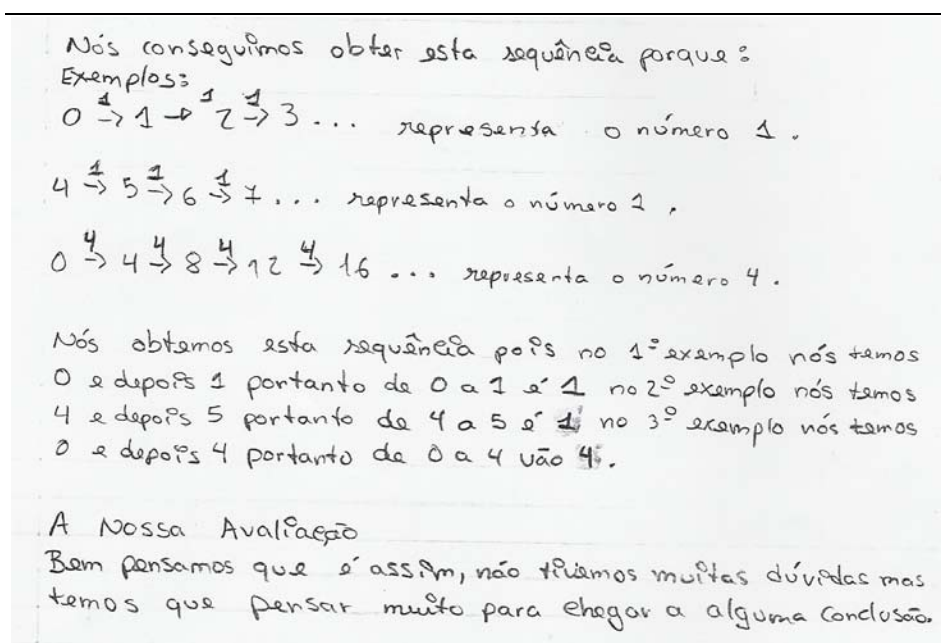


Figura 1 – Relatório da tarefa de investigação 1 de Sofia e José.

13/01/02

Nesta actividade descobrimos que da 1.^a à 5.^a linha existe números cardinais, nas diagonais os números são todas de 5 em 5. Em todas as colunas os números são de 4 em 4. Da primeira à quinta linha da direita para a esquerda os números são de ordem decrescente. E da esquerda para a direita são de ordem crescente. Na 1.^a coluna os números são pares, na 2.^a ímpares, na 3.^a pares, e na 4.^a ímpares. Na diagonal os números são múltiplos de 5.

$16+3=19$; $19+0=19$; $18+1=19$; $17+2=19$; $13+6=19$;
 $14+5=19$; $10+9=19$; $8+11=19$; $15+4=19$;
 $12+7=19$; todos os números apresentados no quadro, ao multiplicar por zero dá zero.

Sentimos algumas dificuldades; somamos e multiplicamos todos os números do quadro, empenhamo-nos individualmente como colectivamente empenhamo-nos muito neste trabalho

Na diagonal os múltiplos de 5 são 0, 5, 10, 15. Nesta tabela existem números primos eles são 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. E os números compostos são 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16 e 18. As potências de base são $1^3, 2^1, 3^2, 2^2, 5^1, 6^1, 7^1, 2^3, 8^1, 3^2, 9^1, 10^1, 11^1, 2^4, 3, 13^1$.

No quadro

$Du(4, 2, 4) \{ Dn = (1, 1, 1) \}$

todas as linhas são de 1 em 1 e, n.^o naturais e são M1
 0 0 e 1 não são nem primos nem compostos.

Figura 2 – Relatório da tarefa de investigação 1 de Laura e Filipe.

Na segunda aula dedicada a esta tarefa comecei por devolver os relatórios aos alunos, já avaliados e com o meu *feedback* escrito. Este incluiu comentários de apreciação qualitativa do trabalho desenvolvido pelos alunos e sugestões para eles tentarem corrigir os erros detectados e evoluírem nas suas explorações.

Os alunos tiveram 20 minutos para realizar a segunda fase da tarefa. Durante este tempo alguns deles limitaram-se a tentar corrigir os erros por mim identificados (alguns até nem tinham muitos erros), outros houve que avançaram um pouco mais na sua investigação (não tinham quase nada para corrigir da primeira fase).

Seguidamente, passamos à fase de apresentação das conclusões e discussão final, para a qual pedi a cada grupo que fosse ao quadro escrever e explicar uma relação que tivessem encontrado. Eis alguns exemplos de regularidades que os alunos apresentaram: a diferença entre as linhas era sempre quatro unidades; na primeira

coluna os números são todos múltiplos de quatro; na diagonal principal todos os números são múltiplos de cinco; a diferença entre colunas é sempre uma unidade; as colunas ímpares são constituídas por números pares e as colunas pares são constituídas por números ímpares. Enfim, foi feita uma boa síntese desta tarefa destacando-se, no entanto, o grupo da Laura e Filipe com a descoberta da seguinte relação:

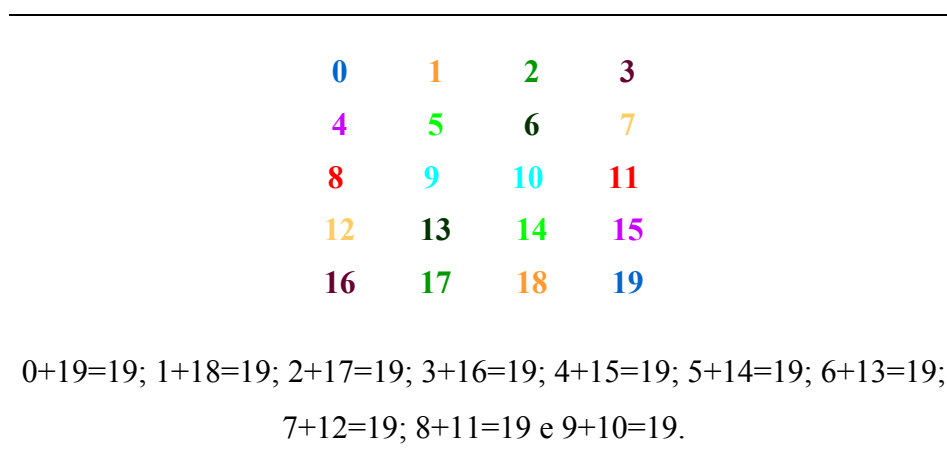


Figura 3 – Exploração da tarefa de investigação 1.

Durante a apresentação dos resultados, procurei que todos os alunos tivessem a oportunidade de argumentar e explicar as suas estratégias e resoluções, permitindo não só que os restantes alunos interpelassem os colegas, mas também, aproveitar os erros que foram surgindo para explorar conjecturas falsas e conceitos errónios.

Reacção geral ao instrumento. Foram vários os alunos que evidenciaram dificuldade em iniciar a produção do relatório da tarefa de investigação, apesar do seu enunciado conter algumas sugestões. Esta dificuldade é natural, uma vez que estes alunos não tinham qualquer experiência anterior de realização de relatórios, nem na disciplina de Matemática nem nas restantes disciplinas. Como forma de superar esta dificuldade, sugeri aos alunos que elaborassem o relatório em simultâneo com a exploração da tarefa, o que, de um modo geral, pareceu resultar.

Outra dificuldade detectada está associada à expressão escrita das suas descobertas. Por exemplo, o grupo de Lina e Luís chamou-me várias vezes para me comunicar as regularidades encontradas, mas depois não conseguiu escrever o que me expôs. Procurei ajudá-los a desenvolver o seu pensamento algébrico, colocando-lhes questões, aproveitando as suas conjecturas e erros cometidos. Por outro lado, fui dando reforço positivo às suas pequenas descobertas e incentivando a sua persistência e

empenho na procura de outras. O grupo realçou esta dificuldade na auto-avaliação da 1ª fase: “Trabalhámos mas não conseguimos avançar na nossa pesquisa”.

Reacção dos alunos ao feedback da professora. Da primeira para a segunda fase fiz uma primeira avaliação formativa dos relatórios e escrevi alguns comentários que considerei pertinentes, coloquei questões e dei sugestões para ajudar na evolução das investigações:

Trabalharam muito bem nesta 1ª fase! Mas, têm ainda muito por descobrir. Só encontraram múltiplos de 5? E os divisores? E potências de base 2? E de base 3? Continuação de bom trabalho! (Relatório 1: Laura e Filipe)

Centraram a vossa pesquisa na relação entre as colunas. E o que acontece nas linhas? E nas diagonais? Para além dos múltiplos não existirão divisores? E números primos? Estão no bom caminho. Bom trabalho! (Relatório 1: Lina e Luís)

A vossa estratégia de isolar colunas, linhas e diagonais resultou muito bem. Percebe-se as vossas justificações e raciocínios. Têm ainda algum trabalho pela frente! Encontraram os múltiplos de 4. Não haverá outros? E divisores? E potências de base 2? E base 3? (Relatório 1: Henrique e Lara)

A maioria dos grupos realizou a segunda fase da tarefa com base nos meus comentários e sugestões, com excepção de dois grupos que não evoluíram quase nada e se limitaram à correcção de pequenos erros. No fim perguntei à turma se achava que os meus comentários e sugestões tinham ajudado e a resposta que obtive foi afirmativa.

Outro aspecto respeitante ao trabalho dos alunos que considero importante salientar foi a sua reacção ao resultado da avaliação desta primeira tarefa. Quando devolvi o relatório da tarefa 1 com os meus comentários, perguntei-lhes se achavam que a avaliação era ou não justa. De um modo geral, todos os alunos mostraram-se bastante satisfeitos com os resultados obtidos. Francisco chegou mesmo a afirmar que inicialmente estava com muito medo da nota que ia ter, visto que era a primeira vez que fazia uma tarefa de investigação e parecia-lhe muito estranho o facto de não terem que chegar todos ao mesmo resultado e seguir o mesmo caminho (DB 3). Deste modo, a concretização desta tarefa e os resultados obtidos vieram a revelar-se uma experiência decisiva na exploração das tarefas seguintes.

Reflexão das aulas. Os alunos fizeram a primeira auto-avaliação por escrito e identificaram as dúvidas e dificuldades sentidas na realização da tarefa de investigação

1. Recolhi esta auto-avaliação para realizar um plano individual de recuperação com base nas dificuldades que os alunos identificarem e as que eu, no decorrer das duas primeiras semanas, consegui diagnosticar por observação e questionamento.

Acho que a forma como geri a realização e síntese da tarefa de investigação 1 correu satisfatoriamente. Penso, no entanto, que estava um pouco ansiosa pelos resultados desta tarefa e acabei por transmitir alguma da minha ansiedade aos alunos. Senti que, quando algum grupo conversava sobre outro assunto sem ser relacionado com a tarefa ou me fazia perguntas que na altura me pareceram sem sentido (do tipo: “*A stora* quer que a gente descubra relações entre estes números?” (DB 3)), reagi com alguma impaciência, sentindo que estas eram apenas para perturbar a aula.

De um modo geral, os resultados da avaliação desta primeira tarefa foram bons. Pareceu-me que os alunos investiram e empenharam-se na sua realização, mas percebi que alguns só o fizeram quando lhes lembrei os critérios e os diversos modos e instrumentos de avaliação. Também fiquei com a percepção de que os alunos revelaram alguma dificuldade de comunicação e organização no raciocínio e que, com a continuação deste tipo de trabalho, tendem a evoluir e a desenvolver estas capacidades.

Na fase de apresentação dos resultados procurei que houvesse uma boa discussão dos mesmos. No entanto, relativamente às diferentes regularidades encontradas, não tive especial preocupação em formalizar as generalizações utilizando símbolos, uma vez que esta foi a primeira tarefa de investigação realizada pelos alunos, havendo, por isso, outros aspectos que considere de maior relevância, como por exemplo, a produção do relatório escrito e a comunicação oral.

Tarefa 4: “Cadeia de racionais”

Procedimento e contexto de avaliação. Esta tarefa serviu para introduzir a unidade “Os números racionais”. Os alunos dispuseram de 30 minutos para realizar as fases (1) e (2) e fazer o respectivo relatório. Seguidamente, passámos à fase (3) com apresentação e discussão do seu trabalho. O meu *feedback* escrito só foi entregue aos alunos juntamente com a avaliação dos relatórios.

Ao contrário do que se passou com a tarefa 1, os alunos reagiram serenamente à proposta de trabalho da tarefa 4, o que é normal uma vez que já tinham realizado antes várias tarefas deste tipo. Pela mesma razão, não fiz qualquer referência ao tipo de trabalho que lhes tinha proposto.

Tal como usualmente, fui circulando pelos vários grupos, procurando aperceber-me da evolução do seu trabalho e sempre que foi necessário intervi. No entanto, no desenrolar desta tarefa já foi notória uma evolução na capacidade de autoquestionamento, uma vez que, em alguns grupos, a discussão e exploração da tarefa evoluíam autonomamente com a formulação de boas questões.

Os alunos não demonstraram grandes dificuldades na exploração da tarefa. Começaram por seguir as instruções do enunciado, construindo com sucesso a sua cadeia de racionais. Uma dúvida que surgiu estava relacionada com o significado da palavra *elo*, mas nem foi necessária a minha intervenção, uma vez que foram alguns dos próprios alunos que esclareceram a dúvida aos colegas.

A maioria dos grupos começou por utilizar as regras do enunciado na construção da primeira cadeia e a mesma representação, salientando o elo de ligação quando este se repetia (figura 4):

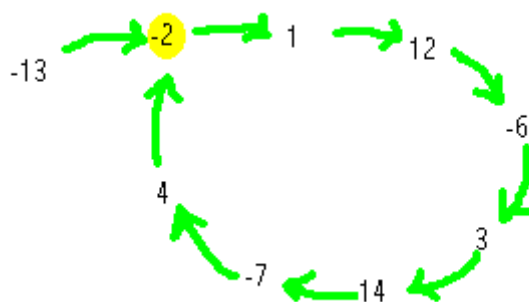


Figura 4 – Exploração da tarefa de investigação 4 de Laura e Filipe.

As dificuldades começaram a surgir quando os alunos enunciaram novas regras, as aplicaram e obtiveram dízimas infinitas periódicas, uma vez que eles, na sua maioria, utilizaram a calculadora. Por outro lado, revelaram maior facilidade na comunicação escrita das suas descobertas e das suas conclusões.

Vejamos o relatório desta tarefa produzido por Sofia e José (Figura 5). Nele é possível encontrar vários exemplos que ilustram, não só a preocupação de experimentar novas regras com diferentes números inteiros, mas também o cuidado em escrever as suas descobertas e conclusões.

Professora: Muito bem! Então, vamos lá escrever o que acabaram de verificar: 0 a dividir por um número inteiro diferente de 0 é sempre 0!

No quadro: $\frac{0}{n} = 0$ com $n \in \mathbb{Z}$ e $n \neq 0$.

Tal como referi, os alunos sentiram dificuldade na representação das dízimas infinitas periódicas. Nestes casos, fui-lhes sugerindo que recorressem à representação destes racionais através de fracções. Mais tarde, na apresentação e discussão das investigações em grupo-turma, verifiquei que a maioria dos grupos optou por fazer arredondamentos. Este aspecto serviu de ponto de partida para uma reflexão conjunta sobre a importância dos racionais e da sua representação.

Na apresentação e discussão dos resultados optei por dividir os dois quadros da sala de modo que cada grupo pudesse ilustrar e apresentar uma descoberta. O conteúdo das investigações dos alunos acabou por se revelar bastante enriquecedor, o que motivou o prolongamento da fase (3) até ao final dos 90 minutos da aula. Como é usual, no final da aula recolhi os relatórios para avaliação.

Na auto-avaliação desta tarefa, quase todos os alunos foram unânimes em considerá-la fácil, apesar de alguns referirem que poderiam melhorar as justificações e a apresentação das suas conclusões.

Reacção geral ao instrumento. A forma como os alunos trabalharam nos relatórios desta tarefa revela alguma evolução em relação à tarefa 1. Para além da preocupação em apresentar um trabalho limpo e organizado, os alunos melhoraram na justificação dos resultados obtidos e nas conclusões que apresentaram.

De um modo geral, percebeu-se nesta tarefa que, para os alunos, a realização do relatório da tarefa de investigação é algo que faz parte da proposta de trabalho, serve para estruturar e organizar as suas explorações e contribui significativamente para as suas aprendizagens. Isso mesmo refere Inês na sua auto-avaliação: “Acho que foi interessante, só acho que tenho que praticar mais as contas.” (AA: Inês)⁴. Contudo, vários alunos manifestam a ideia de que se trata de um trabalho complexo e exigente, e que os colegas das outras turmas não têm de o fazer (DB 9).

Reacção dos alunos ao feedback da professora. Ao devolver os relatórios da tarefa chamei a atenção dos grupos para os comentários que tinha escrito, sugerindo que reflectissem sobre eles e tentassem melhorar o seu trabalho. Mostrei disponibilidade

⁴ (AA: Inês) significa que os dados foram retirados da “*A minha auto-avaliação*” de Inês.

para esclarecer qualquer dúvida e para voltar a corrigir os relatórios que fossem melhorados.

No final, perguntei aos alunos se tinham algum comentário a fazer. Filipe aproveitou a oportunidade para manifestar a sua opinião em relação à avaliação do relatório do seu grupo: “A professora está cada vez mais exigente, não deixa passar nada”. De um modo geral, toda a turma partilha esta opinião, parecendo aceitar, no entanto, que o rigor e a exigência são características de um bom professor.

Na exploração desta tarefa foi possível identificar alguma evolução na concepção de alguns alunos sobre a Matemática. Apesar de poder parecer natural, o grupo de Laura e Filipe, fez pequenas conexões com os conteúdos estudados na unidade “Conhecer melhor os números”, ao concluir que “o zero não é divisor de nenhum número inteiro mas é múltiplo de todos os números”.

Quando entrevistei alguns alunos tive a percepção de que eles próprios sentem que, em vários momentos da sua aprendizagem e, em particular, na exploração das tarefas de investigação, estabeleceram conexões entre diversos conteúdos matemáticos: “As tarefas de investigação, eu acho que não percebo nada daquilo, mas ao mesmo tempo fazemos coisas que eu já tinha ouvido falar...” (Inês, E 1)⁵.

Reflexão das aulas. A afirmação de Filipe sobre o meu nível de exigência fez-me reflectir sobre a minha prática profissional – em particular, sobre a minha preocupação com a avaliação dos alunos. Acabei por concordar com a afirmação do aluno e fiquei satisfeita por saber que ele tem percepção de que com a continuação do uso deste instrumento eu estou a ser mais exigente com a qualidade e o rigor da apresentação das explorações realizadas.

Tal como referi anteriormente, as três fases de exploração desta tarefa foram realizadas numa aula de 90 minutos. Durante a fase (2), em que os alunos exploraram a tarefa, tive a preocupação de perceber quais as descobertas e dificuldades dos diversos grupos. Fiquei surpreendida com as dificuldades que eles revelaram na representação de dízimas infinitas periódicas e no uso de fracções. A constatação deste facto, levou-me reflectir e a reestruturar a planificação das aulas seguintes de modo a aproveitar as lacunas detectadas como ponto de partida no estudo dos racionais.

⁵ (Inês E 1) significa que os dados foram retirados da 1ª entrevista de Inês.

Mais uma vez senti que a reflexão sobre a aprendizagem dos alunos e sobre o trabalho que estes vão desenvolvendo foram factores preponderantes na minha forma de regular o processo de ensino-aprendizagem, adequando-o às suas necessidades.

Tarefa 6: “Em equilíbrio...”

Na unidade temática “Equações” foi realizada apenas uma tarefa de investigação “*Em equilíbrio...*” (Anexo 3), para introduzir a noção de equação. Com base na discussão desta tarefa de investigação, foi formalizada a noção de equação e desenvolvida uma variedade de estratégias para a sua resolução. Para além desta tarefa, foram realizadas actividades de exploração com a balança algébrica, tendo por objectivo ajudar os alunos a compreender a noção de equilíbrio e igualdade.

Procedimento e contexto de avaliação. A última tarefa foi realizada no 3º período, a 5 semanas do final do ano lectivo, com o objectivo de desenvolver a noção de equação. Esta tarefa pode considerar-se uma mini-investigação. Talvez esta seja a razão porque os alunos terminaram a exploração da tarefa antes do tempo previsto. Mais uma vez, trabalharam em pares e elaboraram um pequeno relatório explicando o seu raciocínio e as estratégias utilizadas. Dadas as características da tarefa, houve muito tempo para a apresentação e discussão das suas descobertas.

Quando os alunos viram a minha proposta de trabalho, ficaram um pouco intrigados com o enunciado, uma vez que este continha uma mistura de figuras geométricas e números, mas rapidamente começaram as suas explorações. Há medida que fui circulando pela sala verifiquei, que a maioria dos grupos tinha percebido que uma das figuras da primeira equação tinha valor fixo e que apenas as outras duas podiam variar, estando, no entanto, condicionadas pela segunda equação. Por outro lado, todos os grupos estavam a organizar o seu raciocínio recorrendo à mesma estratégia:

- 1º foram descobrir qual o valor do ;
- 2º foram ver quais os pares de valores que verificavam a 2ª equação,
- 3º registaram numa tabela os valores das três figuras:




		
1	6	7
2	6	6
3	6	5
4	6	4
5	6	3
6	6	2
7	6	1

Figura 6 – Exploração da tarefa de investigação 6.

Os alunos não revelaram dificuldades na exploração desta tarefa e surpreenderam-me pelo facto de terem intuitivamente tentado resolver um problema que corresponde a um sistema de equações. Foram poucos os comentários que fiz durante a sua exploração, uma vez que os alunos trabalharam de forma autónoma e sem dificuldades. Assim, sugeri que em grupo-turma tentássemos resolver as equações utilizando a noção de equação e os princípios de equivalência:

Professora: Então o que devo eu fazer?

Francisco: Primeiro devemos começar por atribuir uma letra a cada uma das figuras... pode ser q para o quadrado, s para o sol e t para o triângulo!?

Professora: Concordam com a sugestão do vosso colega? Sim. Então como fica...

Turma: Escreve q mais s mais t é igual a 14; e s mais t é igual a 8.

Professora: E agora?

Tomás: Agora é que são elas! Assim não sei fazer, é muito difícil!

Laura: Sabes pois! Olha para o que fizeste é a mesma coisa! (DB 18)

Com a ajuda da turma, tendo em conta a noção de equilíbrio e igualdade associados ao conceito de equação, foi feita a seguinte resolução no quadro:

Se

$$q + s + t = 14 \text{ e } s + t = 8$$

Então

$$q + 8 = 14$$

Qual será o valor de q ?

$$q + 8 = 14 \Leftrightarrow q + 8 - 8 = 14 - 8 \Leftrightarrow q = 6$$

Se

$$q = 6$$

Então

$$q + s + t = 14 \Leftrightarrow 6 + s + t = 14 \Leftrightarrow 6 - 6 + s + t = 14 - 6 \Leftrightarrow s + t = 8,$$

com $s, t \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Qual será o valor de s ?

$$s + t = 8 \Leftrightarrow s + t - t = 8 - t \Leftrightarrow s = 8 - t, \text{ com } s, t \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Qual será o valor de t ?

$$s + t = 8 \Leftrightarrow s - s + t = 8 - s \Leftrightarrow t = 8 - s, \text{ com } s, t \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Após esta resolução aproveitei para enunciar o *princípio da adição algébrica*, que foi prontamente compreendido pelos alunos, uma vez que tinha acabado de ser ilustrado (DB 18). Na apresentação e discussão dos resultados os alunos apresentaram-se com uma postura crítica e exigente reflectindo, mais uma vez, a atitude que lhes fui inculcando ao longo da realização deste projecto.

Reacção geral ao instrumento. A realização do relatório desta tarefa não apresentou dificuldades de maior para os alunos. Há medida que foram explorando a tarefa, elaboraram o relatório. Inicialmente, não se preocuparam muito com a apresentação dos resultados até que um grupo perguntou se podia organizar os dados numa tabela. Como a minha resposta foi afirmativa quase todos os grupos seguiram esta ideia. Finalmente, os alunos consideram a realização do relatório desta tarefa como um trabalho rotineiro mas manifestam uma grande preocupação em apresentá-lo o mais completo possível e sem erros.

Reacção dos alunos ao feedback da professora. O meu *feedback* ficou reservado para a fase de discussão dos resultados e para a avaliação dos relatórios. Posso no entanto dizer que a forma como os alunos exploraram esta tarefa e realizaram o relatório representa a sua reacção, não a um *feedback* específico mas sim, a todos os *feedbacks* que foram tendo ao longo de todo o ano lectivo, em particular, durante a exploração das tarefas de investigação. Dou como exemplo as conclusões apresentadas no relatório de

Francisco e Sara: “Concluimos que o peso do quadrado é sempre 6; à medida que o peso do triângulo diminui, o peso do círculo aumenta, e vice-versa.” (Relatório 6)

A realização desta tarefa e os resultados que os alunos obtiveram reflectem um trabalho longo e continuado, de reflexão sobre toda a actividade desenvolvida e sobre a evolução dos alunos nas suas aprendizagens. Na verdade, na sua auto-avaliação, os alunos referem que não sentiram dificuldades na exploração desta tarefa e que evoluíram nas suas aprendizagens. Por outro lado, revelam que já não sentem ansiedade quando lhes é proposta a realização deste tipo de tarefas.

Reflexão das aulas. A forma como os alunos reagiram e exploraram esta tarefa surpreendeu-me e deu-me grande satisfação. Com a exploração desta tarefa aprendi que os alunos, por vezes, conseguem superar as nossas expectativas, conseguindo trabalhar de forma intuitiva com conceitos que lhes são desconhecidos. E, conseqüentemente, os alunos manifestam uma melhor compreensão destes conceitos quando são formalmente enunciados.

Considero que o facto de ter recorrido nesta tarefa a figuras geométricas para representar a incógnita foi facilitador do raciocínio dos alunos e permitiu fazer a formalização da noção de equação de forma natural. Por outro lado, a forma organizada como os alunos apresentaram as suas conclusões, revela uma evolução e maturação na capacidade de comunicar em Matemática.

Balanço geral

A utilização dos relatórios foi adquirindo maior importância para os alunos com o decorrer do tempo. O quadro 2 mostra que a grande maioria dos alunos (93%) considera que esta forma de avaliação contribuiu para a professora verificar as suas aprendizagens. Este valor pode ser justificado com o facto da maioria das tarefas de investigação ter sido utilizada para introduzir novos conceitos, tornando-os mais claros.

Tal como é perceptível na análise dos dados referentes a este modo e instrumento de avaliação, um dos focos de interesse deste estudo está relacionado com a importância do *feedback* da professora na evolução e regulação do processo de ensino-aprendizagem. O quadro 3 mostra o que pensam os alunos da pertinência dos comentários que a professora fez nos relatórios das tarefas de investigação. A grande maioria dos alunos (96%) respondeu de modo afirmativo a esta questão.

Quadro 2 – Respostas dos alunos à questão 1.1: *Sinto que esta forma de avaliação contribuiu para a professora verificar as minhas aprendizagens.*

Resposta	Nº de alunos	%
1	0	0
2	0	0
3	2	8
4	10	39
5	14	54

Nota: 1 – Discordo totalmente; 2 – Discordo ligeiramente; 3 – Não concordo nem discordo; 4 – Concordo ligeiramente; 5 – Concordo totalmente.

Quadro 3 – Respostas dos alunos à questão 1.2: *Os comentários que a professora fez aos meus relatórios ajudaram-me a perceber melhor os pontos fortes e fracos do meu trabalho.*

Resposta	Nº de alunos	%
1	0	0
2	0	0
3	1	4
4	7	27
5	18	69

Nota: 1 – Discordo totalmente; 2 – Discordo ligeiramente; 3 – Não concordo nem discordo; 4 – Concordo ligeiramente; 5 – Concordo totalmente.

A importância do meu *feedback* foi reforçada por Laura ao referir na primeira entrevista que desenvolve os seus trabalhos pelos meus comentários, uma vez que estes referem tudo o que está em falta. Por outro lado, Inês e Francisco consideram que os comentários foram essenciais para a sua evolução nas aprendizagens, tendo este último reforçado esta ideia com a seguinte afirmação: “O que me ajudou mais foi isso, senão não melhorava” (E 2).

Um outro aspecto que considerei importante perceber foi se os alunos sentiam que a avaliação das tarefas de investigação contribuiu para a classificação final de

período. Os resultados indicados no quadro 4 permitem concluir que a grande maioria dos alunos (89%) respondeu afirmativamente a esta questão.

Quadro 4 – Respostas dos alunos à questão 1.3: *Sinto que a avaliação destas tarefas contribuiu para a classificação final de período.*

Resposta	Nº de alunos	%
1	0	0
2	0	0
3	3	12
4	3	12
5	20	77

Nota: 1 – Discordo totalmente; 2 – Discordo ligeiramente; 3 – Não concordo nem discordo; 4 – Concordo ligeiramente; 5 – Concordo totalmente.

Para além destas três questões, deixei um espaço para os alunos poderem acrescentar algum comentário que considerassem pertinente. Estas são algumas das suas afirmações:

Acho que consegui aprender muito com isto. (Sofia)

Foram muito importante as tarefas de investigação porque são uma forma de aprendizagem mais fácil. (Inês)

Esta forma de avaliação ajuda-nos a perceber muito melhor a matéria que estivermos a estudar. (António)

Que nunca tinha tido este método de avaliação e sinceramente penso que foi uma grande ideia. (Filipe)

Também nas entrevistas foi possível recolher algumas opiniões dos alunos relativamente a este instrumento de avaliação, à forma como foi avaliado e à possibilidade de ser utilizado no futuro:

Acho que as tarefas de investigação são boas, porque nós melhorámos o nosso estudo sobre a Matemática. (Tomás, E 1)

As tarefas são avaliadas pelo que nós respondemos e pelo que vamos procurar[...]. (Tomás, E 1)

Se tivesse outro professor sugeria que ele nos avaliasse como estamos a ser avaliados agora e que fizesse os *comentários do professor*. (Inês, E 2)⁶

Nós estarmos ali a tentar descobrir coisas e tentar assim [...] é uma forma diferente de aprender.[...] Quando a *stora* diz alguma coisa eu tento melhorar [...] e tento corresponder aos seus comentários (Sara, E 2).

Em particular, Laura destaca de todas as propostas de trabalho as tarefas de investigação como as que mais gosta de realizar, porque, como diz, “não é obrigatório saber tudo e vai-se descobrindo coisas” (Laura, E 1).⁷ Assim, para além de destacar o seu gosto em explorar tarefas de investigação, porque o poder de exploração e de descoberta da Matemática passa para os alunos, justifica a importância da utilização do relatório da tarefa de investigação como instrumento de avaliação com a ideia de que este a mantém mais informada sobre a evolução das suas aprendizagens e sobre a sua avaliação.

É de realçar o modo como Laura se apercebe da função formativa e reguladora da avaliação. Habituada a pensar por si própria nas tarefas propostas, gostava de se empenhar no trabalho de grupo de forma a que este correspondesse a uma partilha de pontos de vista, ajudas e decisões, e optava, desde o início, por manter uma autonomia relativamente ao apoio da professora. Ela via a professora como um recurso a que podia recorrer, mas só depois de pensar insistentemente no que lhe estava a levantar dificuldades e de trocar impressões com os colegas mais próximos. Contudo, não dispensava os comentários da professora ao seu trabalho pois sente que estes a ajudavam a evoluir e a melhorar as suas aprendizagens, assim como a perceber os seus pontos fortes e fracos.

De um modo geral, os alunos gostaram da forma como este instrumento de avaliação foi utilizado, apesar das dificuldades iniciais na sua elaboração e de considerarem ser um trabalho bastante exigente, em que nunca nada estava totalmente bem. Contudo, sentem que os comentários da professora aos relatórios ajudam a melhorá-los e a compreender os erros cometidos. Para os alunos, mais do que uma forma de avaliação, a exploração das tarefas de investigação e a elaboração dos respectivos relatórios parecem ter servido para aprender e *mexer* na Matemática,

⁶ (Inês E 2) significa que os dados foram retirados da 2ª entrevista de Inês.

⁷ (Laura E 1) significa que os dados foram retirados da 1ª entrevista. Um estudo de caso detalhado desta aluna encontra-se em Nunes (2004).

constituindo, para além disso, experiências marcantes e positivas para uma reflexão sobre o *processo de investigar*.

Discussão

O ponto de partida para este artigo foi a realização de tarefas de investigação no tema da Álgebra, sendo o meu objectivo perceber o papel das tarefas de investigação no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos e perceber de que modo a avaliação formativa ajuda na regulação do processo de ensino-aprendizagem. Foi minha preocupação constante criar uma cultura de sala de aula, onde os alunos fossem intervenientes activos e fossem valorizados vários aspectos, entre eles o desenvolvimento da argumentação e justificação de raciocínios, bem como das estratégias utilizadas pelos próprios.

De início detectei algumas dificuldades na realização das tarefas de investigação, principalmente na elaboração do relatório escrito. Contudo, a atitude e o empenho dos alunos foi evoluindo de forma positiva, superando as dificuldades iniciais e tendo dado origem a produtos finais e relatórios escritos com qualidade.

O *feedback* e os comentários, escritos e orais, que fui realizando ao longo do trabalho, contribuíram de modo decisivo para o envolvimento dos alunos no processo de ensino-aprendizagem. Para os alunos, este *feedback* foi essencial, ajudando-os não só a perceber os pontos fortes e fracos do seu trabalho, mas também a realizar novas aprendizagens, compreendendo e corrigindo os erros, bem como a melhorar o trabalho já realizado. Para isso, valorizei a avaliação formativa através do questionamento e da abordagem positiva do erro. O questionamento dos alunos foi um processo dinâmico caracterizado por questão-resposta-questão, procurando promover não só a explicitação de raciocínios e estratégias bem como a sua argumentação. A abordagem positiva do erro foi promotora de aprendizagem, uma vez que a compreensão das incorrecções permitiu ultrapassar algumas dificuldades e esclarecer conceitos. O *feedback*, o questionamento e a abordagem positiva do erro revelaram-se elementos importantes para promover o alicerçar do pensamento algébrico.

As três tarefas de investigação que descrevi fizeram parte de um conjunto de estratégias que utilizei para propiciar aos alunos uma iniciação ao pensamento algébrico. Estas tarefas foram promotoras de aprendizagens e permitiram a mobilização de conhecimentos prévios. Por exemplo, a procura de soluções, a persistência, a

verificação que nem sempre há uma só solução, a necessidade da validação de propriedades que, sem um estudo profundo, julgamos certas e, no caso de não o serem, a determinação dos contra-exemplos adequados (Nunes e Alves, 2005). Outros aspectos importantes do pensamento algébrico envolvidos nestas tarefas foram: (a) a “indução” de relações que envolvem a identificação de relações entre casos particulares e a generalização das mesmas; (b) a utilização de “variáveis” com significados diferentes e (c) a representação simbólica de relações matemáticas.

Os momentos de apresentação e discussão da exploração das tarefas foram decisivos para que todos os alunos tivessem percepção da complexidade dos processos envolvidos na realização de uma tarefa de investigação. Cada grupo teve a oportunidade de expor uma regularidade encontrada e/ou uma estratégia utilizada e, por sua vez, aos restantes alunos puderam questionar os raciocínios e as estratégias utilizadas pelos seus colegas. Isso permitiu desenvolver aprendizagens não só no âmbito da Álgebra, mas também no campo das atitudes e da comunicação. Por outro lado, a representação em linguagem matemática de algumas regularidades e conceitos ajudou a uma melhor compreensão dos mesmos.

No que diz respeito ao relatório escrito das tarefas de investigação, é possível verificar que, com o decorrer do tempo, este acabou por ser bem aceite pelos alunos. A sua produção foi adquirindo, para eles, maior significado. Inicialmente, a elaboração do relatório provocou tensão e desconforto em alguns alunos, como Inês e Francisco, mas também boas expectativas e desafios noutros alunos, como Laura e Sara. A maior dificuldade que os alunos sentiram na elaboração do relatório está associada à comunicação escrita e à organização dos raciocínios. Esta dificuldade é natural, uma vez que os alunos nunca tinham realizado tarefas de investigação e nunca tinham elaborado um relatório na disciplina de Matemática. Com o tempo os alunos melhoraram a sua capacidade de investigar tendo, conseqüentemente, melhorado a justificação das suas explorações e conclusões, evidenciando desenvolvimento do pensamento algébrico. Por outro lado, foi constante a sua preocupação em apresentar um trabalho limpo e organizado. No final, todos os alunos foram unânimes em considerar que a produção dos relatórios de tarefas de investigação constitui um trabalho complexo e exigente. Porém, sentem que a sua realização serviu para aprender Matemática. É saliente que o uso deste modo e instrumento de avaliação promoveu o desenvolvimento de um conjunto de competências, tais como o raciocínio e comunicação, o gosto pela pesquisa, a persistência e a responsabilidade (Abrantes et al., 1997).

Os estudos de Leal (1992), Menino (2004) e Varandas (2000) salientam que há aspectos das tarefas de investigação que não podem ser avaliados através do relatório escrito, designadamente, a participação e o empenho dos alunos na realização da tarefa. Por isso, à semelhança do que aconteceu no estudo realizado por Menino, a auto-avaliação escrita dos relatórios das tarefas de investigação incluiu sempre informação sobre estes aspectos. No entanto, houve informação proveniente da observação das várias fases de realização destas tarefas que fui registando no meu diário de bordo, indo ao encontro das recomendações de Varandas (2000) e Menino (2004) relativamente à avaliação deste tipo de tarefas.

Reflexões finais

Como professora, tenho a preocupação de gerir o currículo de forma equilibrada e coerente com os seus objectivos, tendo presente que, entre outras, “a função crucial do professor não é motivar os alunos para a actividade numa tarefa seleccionada, mas seleccionar tarefas que motivem os alunos para a actividade, tanto quanto possível, façam isto em e por elas próprias” (Christiansen e Walther, 1986, p. 296).

Por isso, após a planificação das unidades, havia ainda muito a fazer. O modo de trabalho na sala de aula, a forma de negociar com os alunos a resolução das tarefas, os papéis assumidos pelo professor e pelos alunos, a estratégia e os instrumentos de avaliação, são factores que têm uma enorme influência nas aprendizagens que poderão ou não ter lugar (Ponte, 2005). Um outro aspecto importante, apontado por vários autores, é o da reflexão após uma actividade matemática (Bishop e Goffree, 1986; Christiansen e Walther, 1986; Ponte, 2003; Tudella et al., 1999). Este é sem dúvida um momento favorável à apreensão e consolidação de novos conhecimentos.

Por um lado, o desenvolvimento deste projecto revelou-se uma excelente oportunidade para eu aprender. Fazer a gestão do currículo e utilizar a avaliação como forma de aprendizagem foi-me muito enriquecedor e gratificante. Porém, não foi tarefa fácil pensar e seleccionar as diferentes tarefas e propostas de trabalho e fazer, em tempo útil, as necessárias adaptações como resultado de reflexões conjuntas e/ou individuais com os alunos, num processo de regulação das aprendizagens; dar resposta às diferentes solicitações dos alunos; avaliá-los e dar-lhes *feedback* sobre a evolução das suas aprendizagens; comentar o seu trabalho; operacionalizar e gerir o volume de informação resultante da utilização dos diferentes modos e instrumentos de avaliação; reflectir e

escrever sobre as minhas práticas e daí tomar decisões ao nível da gestão do currículo e da avaliação.

Quero salientar a mais valia deste trabalho ter tido a colaboração da Sofia. O facto de ter alguém com quem partilhar e reflectir sobre as diferentes experiências que um estudo destes promove, foi sem dúvida essencial para o seu desenvolvimento e evolução e, mais importante ainda, contribuiu para o aperfeiçoamento e enriquecimento profissional de nós as duas (Boavida e Ponte, 2002; Hargreaves, 1998). A distância a que nos encontrávamos não representou um obstáculo ao nosso trabalho. Por último, quero referir que o trabalho em colaboração com a Sofia, para além de ter constituído uma excelente oportunidade para partilhar, foi também uma forma profícua de traçar caminhos e soluções, afastando incertezas e tensões em relação às tarefas que íamos propondo na sala de aula.

Referências

- Abrantes, P. (2002). Introdução: A avaliação das aprendizagens no ensino básico. In *Avaliação das aprendizagens: Das concepções às práticas* (pp. 7-15). Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.
- Abrantes, P., Leal, L. C. Teixeira, P., & Veloso, E. (1997). *MAT₇₈₉: Inovação curricular em Matemática*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Associação de Professores de Matemática (1988). *Renovação do currículo de Matemática*. Lisboa: APM.
- Associação de Professores de Matemática (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.
- Bishop, A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.
- Boavida, A. M., & Ponte, J.P. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). Lisboa: APM.
- Bodgan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Boulton-Lewis, G. M., Cooper, T., Atwet, B., Pillay, H., & Wilss, L. (1998). Pre-Algebra: A cognitive perspective. *Proceedings PME 22* (vol. 2, pp 144-151), Stellenbosch, South Africa.
- Brocardo J. (2001) *As Investigações na aula de matemática: Um projecto curricular no 8º ano* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

- Christiansen, B., & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243-307). Dordrecht: Reidel.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer.
- Fonseca, H. (2000). *Os processos matemáticos e o discurso em actividades de investigação na sala de aula* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa).
- GAVE (2002). *Conceitos fundamentais em jogo na avaliação de Literacia matemática e competências dos alunos portugueses*. GAVE, Ministério da Educação (retirado de http://www.gave.pt/pisa/conceitos_literacia_matematica.pdf em 19.10.2004).
- Greenes, C., & Findel, C. (1999). Developing students' algebraic reasoning abilities. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (NCTM Yearbook). Reston, VA: NCTM.
- Hadji, C. (1994). *A avaliação, regras do jogo: Das intenções aos instrumentos*. Porto: Porto Editora.
- Hargreaves, A. (1998). *Os professores em tempos de mudança: o trabalho e a cultura dos professores na idade pós-moderna*. Lisboa: McGraw Hill.
- Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics. In D. T. Owers (Ed.), *Prealgebra: The transition from Arithmetic to algebra* (pp. 179-198). New York, NY: NCTM e MacMillan.
- Leal, L. C. (1992). *Avaliação da aprendizagem num contexto de inovação curricular* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Menino, H. (2004). *O relatório escrito, o teste em duas fases e o portefólio como instrumentos de avaliação das aprendizagens em Matemática: Um estudo no 2º ciclo do ensino básico* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Nunes, C. C. (2004). *A avaliação como regulação do processo de ensino-aprendizagem da Matemática: um estudo com alunos do 3º ciclo do ensino básico* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa).
- Nunes, C. C. & Alves, M. S. (2005). Desenvolvendo o pensamento algébrico com actividades de investigação. In GTI (Org.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (em publicação). Lisboa: APM.
- NCTM. (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: APM e IIE. (Trabalho original em inglês, publicado em 1991)
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Oliveira, H., Ponte, J. P., Cunha, M. H., & Segurado, M. I. (1997). Mathematical investigations in the classroom: A collaborative project. Em V. Zack, J. Mousley & C. Breen (Eds.), *Developing practice: Teachers' inquiry and educational change* (pp. 135-142). Geelong, Australia: Centre for Studies in Mathematics, Science and Environmental Education.
- Pirie, S. (1987). *Mathematical investigations in your classrooms: A pack for teachers*. Oxford: University of Oxford, Department of Education Studies.

- OECD (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. Paris: OECD.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton: Princeton University Press.
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa prática. In GTI (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2003). Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em Educação*, 2, 93-169.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Org.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (em publicação). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Rocha, A. (2003). *Uma experiência com actividades de investigação na aula de Matemática: Competências matemáticas, atitudes e concepções de dois alunos do 7º ano de escolaridade* (Tese de mestrado, Universidade do Porto).
- Santos, L. (2002). Auto-avaliação regulada: porquê, o quê e como? In *Avaliação das aprendizagens: Das concepções às práticas* (pp. 77-84). Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.
- Santos, V. M. P. (1997). *Avaliação de aprendizagem e raciocínio em Matemática: Métodos alternativos*. Rio de Janeiro: Projecto Fundão, Instituto de Matemática, UFRJ.
- Segurado, M. I. (1997). *A investigação como parte da experiência matemática dos alunos do 2º ciclo* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Tudella, A., Ferreira, C., Bernardo, C., Pires, F., Fonseca, H., Segurado, I., & Varandas, J. (1999). Dinâmica de uma aula com investigações. In P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca & L. Brunheira (Orgs.), *Investigações na aula e no currículo* (pp. 87-96). Lisboa: MPT e APM.
- Varandas, J. (2000). *Avaliação de investigações matemáticas: Uma experiência* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa).

Anexo 1

7º ANO	Unidade: Conhecer melhor os números																								
Tarefa de Investigação I: “Exploração com números”	Objectivos: <ul style="list-style-type: none">- Descoberta de regularidades e relações numéricas;- Desenvolver o raciocínio;- Desenvolver a capacidade de comunicação.																								
Metodologia: Trabalho em díades	Duração: 45 minutos																								
<p>Tentem descobrir relações com os seguintes números:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr><tr><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr><tr><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr><tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td></tr><tr><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr></table> <p>Façam um registo das conclusões a que forem chegando e elaborem um pequeno relatório escrito da vossa investigação. Neste deve constar:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ A constituição do grupo;➤ Dia da realização da tarefa;➤ Quais as estratégias utilizadas para a resolução da tarefa, não esquecendo de indicar as dificuldades encontradas;➤ Justificação e argumentação das vossas opções;➤ A auto-avaliação , individual e do grupo, do trabalho realizado.		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	1	2	3																						
4	5	6	7																						
8	9	10	11																						
12	13	14	15																						
16	17	18	19																						
...																						

Anexo 2

7º ANO	Unidade: Os números racionais
Tarefa de Investigação IV: “Cadeia de racionais”	Objectivos: <ul style="list-style-type: none"> - Operar com números racionais; - Desenvolver o raciocínio; - Desenvolver a capacidade de comunicação.
Metodologia: Trabalho em díades	Duração: 30 minutos
<p>Escolhe um número inteiro e aplica as seguintes regras, não só ao primeiro número, mas aos resultados que fores obtendo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se o número for par, divide-o por -2; • Se o número for ímpar, soma-lhe $+11$ <p>Por exemplo, se começarmos por -12 temos a cadeia da figura.</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>Voltará esta cadeia ao princípio? Voltará a encontrar alguns dos seus elos?</p> <p>1ª Fase: Constitui um grupo e tenta, com outros exemplos e outras regras que inventes, verificar o que acontece.</p> <p>2ª Fase: Para cada situação faz um esquema como o anterior para te ajudar a fazer um relatório onde descreves as tuas descobertas.</p>	

Anexo 3

7º ANO	Unidade: Equações
Tarefa de Investigação VI: “ Em equilíbrio... ”	Objectivos: <ul style="list-style-type: none">- Desenvolver a noção de equação;- Desenvolver o raciocínio;- Desenvolver a capacidade de comunicação.
Metodologia: Trabalho em díades	Duração: 30 minutos
<p>Sabendo que:</p> $\square + \odot + \triangle = 14$ $\odot + \triangle = 8$ <p>Determina:</p> $\square = \underline{\quad ? \quad} \quad \triangle = \underline{\quad ? \quad} \quad \odot = \underline{\quad ? \quad}$ <p>Elabora um pequeno relatório explicando o teu raciocínio e as estratégias que utilizaste.</p>	

Anexo 4

Tabela de Descritores do desempenho dos alunos numa tarefa de investigação

Nível	Conhecimento Matemático	Estratégias/Processos	Comunicação
Excelente	<ul style="list-style-type: none"> . Mostra compreender os conceitos e princípios matemáticos do problema; . Usa terminologia e notação correcta; . Executa completa e correctamente algoritmos. 	<ul style="list-style-type: none"> . Pode usar informação exterior relevante de natureza formal ou informal; . Indica todos os elementos importantes do problema mostrando compreensão de relações entre eles; . Formula questões que orientam/viabilizam uma estratégia de investigação; . Formula e testa conjecturas; . Procura soluções de forma organizada e sistemática. 	<ul style="list-style-type: none"> . Apresenta uma resposta completa com uma clara e não ambígua descrição ou justificação; . Pode incluir diagramas apropriados e completos; . Comunica de forma clara e eficaz; . Apresenta argumentos fortes e lógicos; . Pode incluir exemplos e contra-exemplos.
Satisfaz Bastante	<ul style="list-style-type: none"> . Mostra compreender os conceitos e princípios matemáticos do problema; . Usa quase correctamente a terminologia e notação apropriada; . Executa completamente algoritmos; . Executa completa mas nem sempre correctamente os cálculos. 	<ul style="list-style-type: none"> . Pode usar informação exterior relevante de natureza formal ou informal; . Indica elementos importantes do problema mostrando compreensão de relações entre eles; . Formula algumas questões que orientam/viabilizam uma estratégia de investigação; . Formula conjecturas; . Procura soluções de forma organizada e sistemática. 	<ul style="list-style-type: none"> . Apresenta uma resposta completa com uma razoável e não ambígua descrição ou justificação; . Pode incluir diagramas apropriados; . Comunica, em geral, de forma clara e eficaz; . Apresenta argumentos com algumas imperfeições;
Satisfaz	<ul style="list-style-type: none"> . Mostra compreender alguns conceitos e princípios matemáticos do problema; . Pode apresentar erros computacionais na resposta; . Utiliza representações com algumas incorrecções. 	<ul style="list-style-type: none"> . Pode usar informação exterior com alguma relevância; . Indica elementos importantes do problema mostrando limitações na compreensão de relações entre eles; . Formula questões que orientam/viabilizam uma estratégia de investigação; . Formula e testa conjecturas; . Procura solução, mas de forma pouco organizada e incompleta. 	<ul style="list-style-type: none"> . Apresenta uma resposta completa com uma clara e não ambígua descrição ou justificação; . Pode incluir diagramas pouco claros ou de difícil interpretação; . Comunica de forma vaga; . Argumenta de modo incompleto ou baseia-se em premissas pouco importantes.
Não Satisfaz	<ul style="list-style-type: none"> . Mostra uma compreensão muito limitada dos conceitos e princípios matemáticos do problema; . Pode trocar ou falhar no uso da terminologia e notação matemática; . Pode apresentar graves erros computacionais na resposta; 	<ul style="list-style-type: none"> . Pode usar informação exterior irrelevante; . Não identifica os elementos importantes do problema nem relações entre eles; . Pode traduzir uma estratégia inapropriada; . Formula e testa conjecturas; . Procura de soluções de modo incompleto ou difícil de identificar. 	<ul style="list-style-type: none"> . Apresenta alguns elementos satisfatórios omitindo partes significativas da resolução ou com incorrecções; . Pode incluir diagramas que representam de forma incorrecta o problema e são pouco claros ou de difícil interpretação; . Explica ou descreve o problema de modo pouco claro.
Muito fraco	<ul style="list-style-type: none"> . Mostra não compreender os conceitos e princípios matemáticos do problema; 	<ul style="list-style-type: none"> . O trabalho relatado, se existente, é inadequado e/ou irrelevante. 	<ul style="list-style-type: none"> . Comunica de forma ineficaz; . Pode integrar desenhos que não traduzem o problema.